FILOSOFIA DA MATEMÁTICA NUM CURSO DE LICENCIATURA: IMPLICAÇÕES PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Francisco Regis Vieira Alves*; Hermínio Borges Neto**

RESUMO

O modelo *standart* de disposição das disciplinas obrigatórias na formação de um licenciado em Matemática oportuniza a constituição e evolução profissional dicotômicas. De um lado, as disciplinas de cunho específico; do outro, as disciplinas de natureza pedagógica. Este modo de organização curricular e concepção de formação é alvo de questionamentos no âmbito nacional e internacional. Além disso, há que se observar determinadas incoerências da contribuição de cada área, tais como: apresentação de teorias pedagógicas gerais que se prestam apenas como um conteúdo informacional e não operacional para o ensino de Matemática; o formalismo extremado dos conteúdos específicos e a carência de propostas metodológicas para o ensino de Matemática; o tratamento meramente lógico e axiomático de conteúdos que poderiam propiciar ao professor em formação um viés histórico, filosófico e epistemológico. Desta forma, discuti-se neste artigo a incorporação de Filosofia da Educação Matemática como uma dimensão necessária para a formação do professor de Matemática. Além disso, sugerem-se alguns conteúdos que frequentemente não são objeto de análise nos currículos da graduação. Concluí-se com a proposição de um quadro de formação que proporcione ao aluno a compreensão de outras facetas do saber matemático, além do lógico-formal que se apresenta como o modelo predominante nas universidades.

Palavras-chave: Filosofia da Matemática. Formação de Professores. Ensino.

PHILOSOPHY OF MATHEMATICS IN A DEGREE COURSE: IMPLICATIONS FOR TEACHER TRAINING

ABSTRACT

The standard model of disposing the compulsory disciplines in the schedule of Mathematics graduation courses leads to a dichotomy in professional constitution and evolution. On one hand, one finds specific disciplines, and on the other hand, disciplines with pedagogical background. This kind of curriculum organization and formation concept has been criticized within national and international fields. Furthermore, determined inconsistencies must be observed in the contribution of each area, such as: presentation of general pedagogical theories which serve just as informational content and not operational for the teaching of Mathematics; extreme formalism of the specific contents and lack of methodological proposal for Mathematics teaching; the simple logical and axiomatical treatment of contents which could provide the teacher-to-be with a historical, philosophical and epistemological view. This way, this text presents a discussion for the incorporation of Philosophy of Mathematical Education as a necessary dimension to the formation of Math teachers. In addition, we suggest some contents which are not frequently objects of analysis in graduation courses. Finally, we propose a table of training which gives students the understanding of other facets of Mathematical knowledge, besides the formal-logical one

KEYWORDS: *Philosophy of Mathematics. Teachers Training. Teaching.*

***Doutor em Educação. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, *campus* de Fortaleza, Av. Treze de Maio, 2081 – Benfica; 60040-531; Fortaleza-CE; Telefone: (85) 33073666; e-mail: fregis@ifce.edu.br

**Doutor em Matemática. Professor da Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Laboratório Multimeios. R. Waldery Uchoa,01 - Benfica, 60020-110 – Fortaleza-CE; e-mail: hermínio@ufc.br

1 A FORMAÇÃO DO LICENCIANDO EM FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

> "De fato, quer desejemos ou não, toda pedagogia matemática, mesmo aquela menos coerente, repousa sobre a filosofia da matemática" (THOM, 1992).

É indiscutível a importância de uma formação específica sólida para um futuro professor de Matemática, embora evidenciemos em diversos trabalhos acadêmicos (CYRADE, 2006; FUNG, 2002; KENDAL, CHICK STACEY, 2004; STOKER, 2003) a diversidade de problemas que devem ser enfrentados para que de fato consigamos uma formação satisfatória nos conteúdos fornecidos num ambiente acadêmico os quais serão transformados em objetos do seu ensino.

Certamente, que em cada país encontramos uma discussão diferenciada de problemas relacionados a tal formação, com destaque para França[1] e Portugal. E, entretanto, de um modo geral a formação do professor de matemática vem sendo definida como um objeto de investigação adotado em estudos científicos (CYRADE, 2006, p. 29) que buscam compreender os entraves e as barreiras ao longo de sua evolução profissional.

Essa discussão possibilita, de um lado, o afloramento de determinados aspectos, cuja natureza complexa determina inúmeras dificuldades e a obtenção de respostas consistentes para a superação destes entraves que nem sempre são facilmente alcançados. Por outro lado, determinações imediatistas os quais podem promover danos indeléveis para o ensino de Matemática, bastando lembrar a proposta filosófica que identificamos no contexto do movimento da Matemática Moderna[2] na década de 1960.

Tais movimentos reformistas, contudo, que pretendem melhorar o ensino da Matemática com um olhar restrito ao currículo e, consequentemente, esvaziado de uma reflexão sobre a formação do professor, vêm sendo evitados. De fato, hodiernamente, evidenciamos um exame pormenorizado da comunidade científica relativo a questões desta natureza, uma vez que pesquisadores têm discutido extensivamente a relação entre matemática e filosofia e tem feito diversas sugestões para a sua inclusão em educação matemática (BENDEGEM; KERKHOVE, 2007, p. 44).

Sendo assim, urge uma visão mais globalizante do que uma curricular específica, além da necessidade de vislumbrarmos o *saber matemático* não apenas em uma perspectiva como objeto do ensino do professor em sala de aula. Uma preocupação voltada para onde? Para quê? Como? E com que finalidade determinado *saber matemático* se constituiu e se perpetuou dentro de um conjunto de conteúdos escolares compulsórios?

Para responder a questões deste gênero é que a Filosofia da Matemática se diferencia da Matemática, pois não se dispõe a fazer Matemática, construindo o conhecimento dessa ciência, mas dedica-se a entender o seu significado no mundo, no mundo da ciência, o sentido que faz para o homem (BICUDO; GUARNICA, 2001, p. 26).

Nos cursos de formação de professores, os sujeitos em formação não mantêm contato sucessivamente com os três estádios pelos quais passam as teorias matemáticas. Corfield (2004,

[1] Cornu (2001, p. 198) explica que, após a reforma de 1990, foram criados os IUFM (Instituts Universitaires de Formation de Maîtres) onde a formação é dura e direcionada aos conteúdos específicos nos primeiros três anos. Só então os recrutas são encaminhados para os IUFM, onde recebem dois anos de treinamento. Frequentemente, 7.000 estudantes entram e apenas 1.500 conseguem passar na primeira fase.

[2] Lima (2001, p. 161) acentua que o movimento da *Matemática Moderna*, iniciado na década de 60, foi um proposta radical dos currículos, com ênfase nos métodos abstratos e gerais. O motivo principal foi a adaptação do ensino de Matemática aos padrões utilizados na pesquisa do século XX.

p. 153) descreve o primeiro destes estádios como um estado de conjecturas ingênuas, e podemos caracterizá-lo a partir de Euclides até Descartes. O segundo é característico dos procedimentos de prova, e as conjeturas ingênuas cedem lugar às provas geradoras de teoremas. O último, volta-se para a invenção de conceitos e um programa de pesquisa em determinada área de interesse.

Se nesse contexto de formação o aluno se tornasse conhecedor desses estádios, possivelmente o futuro professor manifestaria um conhecimento adequado para responder os seguintes questionamentos: Qual a realidade dos objetos matemáticos? Que espécie de existência é atribuída a tais objetos? Como são conhecidos os objetos matemáticos? Que critérios sustentam a veracidade das afirmações matemáticas? Os objetos matemáticos e as leis são inventados (construídos) ou descobertos? Admitindo a sua existência, suas definições formais são possíveis?

> Em sintonia com o nosso ponto de vista, Bicudo e Guarnica (2001, p. 27) sublinham que o tratamento dessas questões é relevante para a auto-compreensão da Matemática e necessárias para a definição de propostas curriculares, por determinar escolhas de conteúdos, atitudes de ensino, expectativas de aprendizagem, indicadores de avaliação.

De fato, sustentamos a noção de que para uma formação adequada do professor, o currículo de Matemática deve ser compreendido numa perspectiva: epistemológica, filosófica, didática, sociológica, psicológica, ontológica, axiológica[1] e lógica. Caso contrário, o grau de independência do professor se mantém no nível imitação-manutenção (BROCARDO, 2001, p. 39).

O dimensionamento de cada um destes componentes ou o privilegiamento de um deles em detrimento dos demais pode comprometer tal formação. Sendo assim, passaremos à descrição rápida da contribuição destes.

Assim, para compreendermos a dimensão epistemológica do saber matemático, urge identificar o problema fundamental para a epistemologia da Matemática que é determinar de forma apropriada os meios de justificação e de demarcação do conhecimento matemático (AVIGAD, 2008, p. 306).

Sem nos aprofundar demasiadamente na questão dos meios de justificação do conhecimento matemático, destacamos as noções de: argumentação, prova e demonstração matemática. Tais noções guardam caracteres específicas e peculiares da Matemática que não encontramos nas outras ciências.

Na tese de Balacheff (1988) encontramos uma discussão interessante e a diferenciação dessas noções que mencionamos. Ele desenvolve também algumas reflexões a respeito da noção de raciocínio matemático, que constitui um elemento de natureza corriqueira numa aula de Matemática. Todavia, quando analisado sob um prisma epistemológico, como divisamos em Balacheff, depreendemos que tal noção fornece inúmeras dificuldades à compreensão do professor de Matemática.

Essas noções específicas que sublinhamos há pouco poderiam fazer parte dos conteúdos numa disciplina de filosofia da Matemática. Desta maneira teríamos a oportunidade de alimentar novas crenças relacionadas à Matemática, principalmente o seu caráter falibilista.

A importância disso reside no fato em que as idéias dos professores, concepções ou crenças sobre a matemática, sua aprendizagem e ensino, reflete implicitamente, ou se relaciona com a filosofia da matemática. Estas crenças dos professores sobre a matemática, por sua vez,

[1] BICUDO; GUARNICA (2001, p. 30) lembram que a dimensão *ontolóliga* se refere ao que existe, enquanto o *epistemológico* se refere ao como se conhece o que existe. Por fim, a dimensão *axiológica* diz respeito ao que vale, sobre a *verdade* do conhecimento.

desempenham um papel significante na forma dos padrões característicos de suas práticas didáticas (CHASSAPIS, 2007, p. 62).

Inadmissível é que determinadas perspectivas limitadas sobre as noções de prova, demonstração e uma falta de compreensão filosófica do termo raciocínio, predominem num ambiente de formação de professores. Podemos fornecer alguns exemplos, como a concepção expressa por Bourbaki (1984) quando afirma que:

> todo matemático sabe que uma demonstração não é completamente verdadeira até que se limite a verificar passo a passo a correção das deduções que figuram, sem se furtar em conceber claramente as idéias que conduziram na construção das cadeias de deduções (BOURBAKI 1984, p. 37).

Outra questão filosófica negligenciada, em cursos de formação de licenciados, diz respeito à dimensão axiológica do saber matemático. Mais especificamente falando, a questão sobre a verdade ou a falsidade dos enunciados matemáticos.

O modelo standart de busca da verdade de propriedades do tipo: $a^2 = b^2 + c^2$ (teorema de Pitágoras) ou $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ (soma dos termos) se restringe em seguir passo a passo uma demonstração até se alcançar a tese-contudo, os próprios modelos de inferências e a natureza da argumentação não são discutidos e/ou questionados.

É inapropriado o professor transmitir a impressão de que as decisões em sala de aula e as escolhas feitas em cadeias de raciocínio desse tipo são sempre baseadas na *certeza matemática*. Neste sentido, concordamos com Brochard (1884, p. 5) quando lembra que a maior parte do homens, nas circunstâncias da vida, se decidem baseados na crença e não na certeza.

Ademais, encontramos vários exemplos de teorias na História da Matemática e das Ciências, que apresentavam uma sustentação sólida e consistente, em determinado momentos históricos; e, em outros, tiveram suas bases enfraquecidas em virtude de determinadas refutações e questionamentos, haja vista o surgimento de novos pontos de vista. É justamente o caso da teoria de Isaac Newton (1643-1727) que foi bem estabelecida e confirmada no século XVIII e questionada séculos mais tarde.

Popper (1972, p. 34) menciona algo semelhante ao lembrar que a teoria de Einstein veio mostrar que a teoria newtoniana não passa de uma hipótese ou conjectura e seu valor se mede sobretudo por sua falsicabilidade. Ou seja, com Einstein, evidenciamos o levantamento de determinadas conjecturas que se mostraram verdadeiras e que negaram ou falsearam enunciados essenciais da teoria de Newton.

Em exemplos como este e outros, percebemos que a própria noção de verdade e falsidade, a noção do rigor matemático, de existência, de consistência[1] e a noção de completude de uma teoria matemática se modifica no decorrer dos séculos.

Faz parte de nossa missão, como professores formadores, evitar a falsa impressão em nossos alunos de que o conhecimento matemático, desde o seu nascedouro, se apresenta da forma pré-estabelecida, como o encontramos nos livros didáticos (ARAÚJO, 2000), descritos axiomaticamente por uma linguagem moderna e, posteriormente, adotada pelo professor na escola.

Afinal, até mesmo a linguagem ou o sistema de representação semiótica empregado na Matemática evolui, uma vez que, os símbolos e as classificações em Matemática são historicamente determinados. Eles são arbitrários no sentido de que símbolos e classificações numa linguagem são escolhidos. Desta forma eles podem ser vistos numa perspectiva fenomenológica em

[1] Shapiro (2000, p. 166) recorda que Gôdel admitia G uma sentença na linguagem T. Se T é *consistente*, então G não é teorema de T.

que tais símbolos possuem significados particulares e derivam de experiência individual do seu uso (BROWN, 1997, p. 53).

O caráter arbitrário que mencionamos se manifesta de forma sutil e velada. Um professor consciente sabe que simbologias[1] são enterradas e descartadas em razão de suas limitações, ambiguidades ou falta de operacionalização. Mas, de modo autoritário, vemos a adoção, sem nenhuma explicação, de determinadas notações que obtiveram mais êxito do que outras. Contudo, não nos lembramos de que elas representam a superação dos erros, das incompreensões e as inseguranças de matemáticos do passado.

Temos aí uma face deste absolutismo quando priorizamos o caráter sintático da linguagem, que passou por profundas modificações em vez do seu caráter semântico. Paradoxalmente, o teor e a visão absolutista[2], o caráter rigoroso e formal da Matemática parecem ser mais 'cômodos' no que se refere à transposição didática do saber.

Na prática, no ambiente acadêmico, o próprio método axiomático[3] de estruturação e organização deste saber é usado como "metodologia de ensino". O grande equívoco é aplicar um método de construção e constituição do saber matemático no ambiente da pesquisa como uma metodologia de ensino, haja vista que o primordial no método axiomático é a abstração da abstração. Enquanto isso no ensino escolar, deveríamos primar pela intuição, pelo raciocínio heurístico.

Ante tal descrição, é equivocado o questionamento de educadores, de modo pouco fundamentado, relativo aos motivos do fracasso no desempenho em Matemática, uma vez que sua origem é interna à Matemática (KLINE, 1977) e não externa, como se pode deduzir em nível do senso comum.

Quando comparamos os níveis de rigor na formação do professor de Matemática com países que encaram tal formação com bastante seriedade, como por exemplo, Japão, França, Espanha, Portugal e Grã-Bretanha, identificamos razões para nos preocupar. De fato, basta observarmos e compararmos a quantidade das disciplinas voltadas à Metodologia do Ensino de Matemática com as disciplinas pedagógicas.

No que diz respeito à metodologia de ensino do professor que atuará na escola, estudos apontam que a sua prática metodológica será condicionada pelos paradigmas de metodologias a que ele foi exposto em contato com a prática no ambiente acadêmico. Afinal, Fung (2002, p. 2) lembra que o professores estudantes tendem a replicar os tipos de abordagem de ensino praticado em sua escola de professores.

Por outro lado, identificamos uma carga horária excessiva dos conteúdos pedagógicos nos cursos de graduação (BALDINO, 1999), sem mencionar o caráter dicotômico da realidade de formação de um professor de matemática. Neste sentido, não é necessário um esforço intelectual muito grande para concluir que os problemas encontrados no ensino da Matemática não se relacionam com a influencia de nenhuma tendência pedagógica descrita por Libâneo (1995); como, por exemplo a tendência tradicional, a tendência renovado-tecnicista ou a tendência sócio-política.

[1] Sertafi (2008, p. 125) lembra que *Leibnitz colocou em circulação cerca de doze novos símbolos, que o mesmo queria testar e selecionar o mais apropriado*. *Porém, todos eles dotados de uma extraordinária imaginação simbólica e otimismo inveterado*.

[2] Ernest (1991, p. 7) sublinha que *a visão absolutista da matemática consiste em certas verdades imutáveis*. O *conhecimento matemático* nesta perspectiva se constitui a partir de verdades absolutas e irrefutáveis.

[3] Shapiro (2005, p. 176) esclarece que o termo *estruturalismo* é associado ao grupo inolvidável chamado Bourbaki. Dentre as suas propostas, o método axiomático poderia fornecer a unificação dos diversos ramos da Matemática e apenas ele tornaria a Matemática inteligível.

Deve ficar claro por último, para parte destes formadores que a história da constituição dos cursos de Pedagogia e dos cursos de licenciatura no Brasil possuem trajetórias particulares e distintas, além de influências filosóficas, epistemológicas e pedagógicas também particulares. Desta forma, torna-se inapropriado retirar das tendências pedagógicas citadas anteriormente consequências para o ensino de Matemática, uma vez que a literatura científica não aponta nenhum indício neste sentido.

Práticas dessa natureza justificam no máximo uma tentativa de demarcação e a valorização do caráter de aplicação dos conhecimentos pedagógicos, pelo menos em seu caráter retórico. Para o enriquecimento desta discussão e a comprovação do que afirmamos há pouco, sugerimos uma busca nos sites[1] de universidades brasileiras, para podermos evidenciar que nenhuma trabalho de mestrado ou doutorado em Educação Matemática faz referência às influências dessas correntes pedagógicas diretamente ao ensino/aprendizagem de Matemática.

Sendo assim, não compreendemos o motivo da inapropriada aplicação de teorias generalistas e "abstratas" ao ensino da Matemática, uma vez que, com raras exceções, os alunos não conseguem realizar as ligações conceituais necessárias entre tais teorias e a Matemática. Poderíamos até lembrar, como exemplo emblemático, a epistemologia piagetiana que tem seus princípios utilizados em trabalhos acadêmicos (KIMURA, 2005) em nível de doutorado, diante de sua complexidade.

Outro exemplo clássico diz respeito ao conhecimento sobre a corrente tecnicista do aluno-professor, que se resume às informações extraídas de textos reutilizados em cursos de graduação, desligados da realidade do ensino de Matemática. Enquanto isso, a prática de ensino específica que este aluno conhece e vivencia relativa ao ensino da Matemática é a prática do seu professor formador, completamente entregue e influenciada pela corrente filosófica do Formalismo.

Esses rituais cristalizados nos cursos de licenciatura que dividem as atividades teóricas da formação para as disciplinas pedagógicas e as atividades práticas dentro das disciplinas de ordem específicas segmentarão o conhecimento, as crenças e as concepções do futuro professor.

A solução para tal dicotomia não pode ser simplista. Entretanto, sublinhamos que impraticável compreender o geral sem apreender o particular. Além disso, é impossível o entendimento de uma Filosofia geral da Ciência sem a apreensão das características essenciais da Filosofia da Matemática, bem como aplicar ao saber matemático os princípios de uma Didática geral, se desconhecemos os fundamentos da Didática da Matemática.

De fato, temos observado, em estudos internacionais, tentativas frustradas de mudança e aprimoramento da formação de professores, no tocante à metodologia de ensino, como, por exemplo, no caso da aplicação dos princípios construtivistas de raízes piagetianas.

Convém atentar para a advertência que Jean Piaget (1896-1980) foi contemporâneo de vários matemáticos. Assim, parte de sua teoria foi influenciada pela natureza da Matemática. Ademais, a compreensão de sua teoria ficará superficial e alegórica, caso o interessado não possua uma base razoável de Matemática, como, por exemplo, a o conhecimento da estrutura de grupo de Klein, o qual é referenciado por Piaget. Trazemos abaixo, apenas para exemplificar, um pequeno trecho de Piaget[2] sobre o raciocínio operatório formal.

---

[1] http://www.pucsp.br/pos/edmat/

[2] Piaget (1960, p. 11) descreve uma árdua tarefa para o pedagogo quando recomenda que, *do ponto de vista prático, o pedagogo é encarregado de ensinar as verdades matemáticas ou do ponto de vista teórico da epistemologia reflexissante*, *sobre a natureza da entidades matemáticas. O problema central parece ser em ambos os casos, em se conhecer as conexões matemáticas engendradas pela atividade da inteligência*.

O caráter lógico e matemático discutido pelo epistemólogo suíço é patente, embora, recordamos, que na ilustração 1, trazemos um trecho de um livro sobre Psicologia e Epistemologia.

No próximo segmento, passamos a discutir questões específicas da formação de professores.

Ilustração 1 - Parte do trecho de um artigo de Jean Piaget apresentado num colóquio sobre o estudo das estruturas matemáticas e psicológicas

Le groupe qui entre ainsi en jeu comporte quatre transformations (groupe de Klein) que l'on peut définir de la façon suivante dans le cas particulier des opérations interpropositionnelles :

(1) L'*inverse* ou négation N d'une opération est sa complémentaire sous l'ensemble des associations de base. Par exemple :

$$N\,(p \vee q) = \overline{p \vee q} = (\bar{p} \,.\, \bar{q}) \quad \text{ou} \quad N\,(p \supset q) = (\overline{p \supset q}) = (p \,.\, \bar{q}).$$

(2) La *réciproque* R d'une opération est la même opération mais entre propositions niées. Par exemple :

$$R\,(p \vee q) = (\bar{p} \vee \bar{q}) = (p \,/\, q) \quad \text{ou} \quad R\,(p \supset q) = (\bar{p} \supset \bar{q}) = (q \supset p).$$

Notons que la réciproque revient ainsi à permuter l'ordre des termes de l'implication, ce qui présente une signification générale puisque toute opération propositionnelle peut prendre la forme de l'implication.

Exemple :

$$(p \vee q) = (\bar{p} \supset q). \text{ Or } R\,(\bar{p} \supset q) = (q \supset \bar{p}) = (p \,/\, q).$$

(3) La *corrélative* C d'une opération résulte de la permutation des (v) et des (.) dans la forme normale de cette opération. Par exemple :

$$C\,(p \vee q) = (p \vee q) \,.\, (p \vee \bar{q}) \,.\, (\bar{p} \vee q) = (p \,.\, q)$$
$$C\,(p \supset q) = (p \vee q) \,.\, (\bar{p} \vee q) \,.\, (\bar{p} \vee \bar{q}) = (\bar{p} \,.\, q).$$

Fonte: Piaget et all. (1960, p. 49).

1.1 Algumas questões filosóficas relevantes para a formação

No rol das correntes filosóficas absolutistas da Matemática, com destaque para logicismo, formalismo e intuicionismo, identificamos interessantes consequências de suas influências sobre a visão dos formadores de professores e, consequentemente, sobre o alunos em formação. Parte das raízes destas influências se encontra no pensamento helênico, que inspira os matemáticos e condiciona a produção do conhecimento matemático até nossos dias.

No âmbito do helenismo, podemos destacar Platão (428-327 a. C.). Brown (2005) descreve de forma esclarecedora os elementos principais característicos do platonismo, a saber:

> os objetos matemáticos são perfeitamente reais e existem independentemente de nós; os objetos matemáticos estão fora do tempo e espaço; nós podemos intuir os objetos matemáticos e alcançar as verdades matemáticas; o conhecimento matemático é a priori e não empírico (Brown 2005, p. 9).

A visão romântica e conservadora da Matemática na perspectiva do platonismo influencia a formação e o desenvolvimento profissional do professor. Por sua vez, essa perspectiva condicionou as correntes filosóficas mais tradicionais da Matemática. A primeira delas é a *Escola Logicista*, que teve em Bertrand Arthur William Russel [1](1872-1970) e Alfred North Whithead

[1] A história marca várias disputas entre logicistas, formalistas e intuicionistas. Pires (2006, p. 86) lembra que Dieudonné se refere a Russell como *um matemático que jamais demonstrou um teorema novo e emprestou suas idéias sobre a lógica matemática dos trabalhos pioneiros de Frege e Peano*.

(1861-1947) seus principais ícones. Ela visou ao trabalho de unificação da Matemática por meio do *método axiomático*.

A pretensão do logicismo se caracterizava na tentativa de eliminação dos paradoxos da teoria dos conjuntos[1]. Kline (1977, p. 1192), fazendo referência ao logicismo, explica que o movimento de axiomatização no século XIX e a axiomatização da teoria dos conjuntos foi empregada na base da matemática utilizada para a obtenção dos resultados.

Evidenciamos uma epistemologia completamente diferente decorrente da escola intuicionista. O primeiro intuicionista foi Leopold Kronecker (KLINE, 1977, p. 1197). Outro ilustre intuicionista foi Henry Poincaré (1854-1912). Para ele, as definições matemáticas são construtíveis e a intuição desempenha um papel fundamental no processo de sua construção. De modo particular, para Poincaré (1904), o princípio da indução matemática, largamente estudado num curso de licenciatura em Matemática, constitui intuição fundamental e não um sistema de axiomas, como frequentemente o apresentamos.

Este princípio amplamente analisado por Poincaré, constitui interessante temática para um procedimento de análise filosófica e epistemológica na disciplina que propomos. O próprio Lima (2006) fornece algumas pistas por onde começar, quando destaca que do ponto de vista de Peano, os números naturais não são definidos. É apresentada uma lista de propriedades gozadas por eles (axiomas) e tudo decorre daí. Não interessa o que os números naturais são (isto seria mais um problema filosófico) (LIMA, 2006, p. 33).

Na última corrente filosófica, conhecida internacionalmente por formalista, a matemática é apenas um jogo formal desprovido de significado (ERNEST, 1991, p. 10). Seus principais representantes foram David Hilbert (1962-1943) e J. Von Neumann (1903-1957).

Segundo Ernest (1991), a tese formalista defendia o seguinte:

> A matemática pura poderia constitui um sistema formal sem necessidade de interpretação, nos quais as verdades sobre a matemática eram apresentadas por meio dos teoremas; a completa segurança destes sistemas formais pode ser demonstrada por meio de sua ausência de inconsistências, por meio da meta-matemática(ERNEST 1991, p. 10).

Tanto o logicismo como o intuicionismo e o formalismo são considerados por vários estudiosos como absolutistas. No que se refere às suas pretensões, Ernest (1991, p. 13) lembra que as diversas filosofias absolutistas falharam na tentativa de estabelecimento das necessidades lógicas do saber matemático. Mesmo assim, apesar dessas propostas não tiveram obtido êxito, elas têm o mérito de delatar a natureza do saber matemático sob pontos de vista distintos.

Mais tarde, teremos um amadurecimento posterior destas ideias e a constituições de outras correntes, além do absolutismo, como o falibilismo. O século XX é visto por Paul Ernest com o período de florescimento da Filosofia da Matemática como um campo de pesquisa profissional. Esses desenvolvimentos tiveram uma grande influência na didática da matemática, ou melhor, na educação matemática (JESUS, 2001, p. 186).

Essas duas correntes manifestam intensiva influência no ensino de Ciências e Matemática. Determinadas perguntas adquirem caráter completamente distinto, quando nos referenciamos no absolutismo ou no falibilismo[2]. Em sua tese, Noronha discute exaustivamente as influências veladas destas tendências na práxis do professor.

---

[1] Hersh (1999, p. 138) lembra as dificuldades da teoria de Cantor e outros problemas internos, o que caracterizou uma grave crise nos fundamentos da Matemática do século XIX.

[2] *Lakatos , um dos seus representantes, estava largamente relacionado com as questões relacionadas ao status de aceitação das afirmações em matemática e o estabelecimento de teorias matemáticas* (CORFIELD, 2004, p. 151).

Em tal *práxis*, sentimos de modo mais intenso a predominância o caráter absolutista[1] do saber matemático, uma vez que ele se manifesta arraigado nas atitudes do professor. Identificamo-lo quando os professores acreditam, efetivamente, na existência, em matemática, de uma verdade absoluta que não pode ser sujeita a críticas e correções e, por extensão, de uma maneira de fazer, uma resolução certa que deveria ser seguida por todos. (NORONHA, 1994, p. 69).

Nem todos os matemáticos aderiram de forma insensata a tal vertente da Matemática. Neste sentido, Biehler (2002, p. 328) lembra a reação do matemático René Thom (1923-2002) contra determinados aspectos da Nova Matemática, influenciada pela filosofia de Bourbaki.

Mais adiante, ele explica o lado positivo dessa influência que provocou:

> a reflexão e mudanças conscientes. A escolha de pressupostos implícitos a respeito do processo de transposição didática para aspectos filosóficos pode ser visto como parte de uma racionalização e teorização das atividades práticas de preparação da matemática por parte dos professores e estudantes no interior da didática da matemática (BIEHLER, 2002, p. 329)

Sob o égide absolutista, entretanto, certos questionamentos, permanecem intrinsecamente próximos ao conhecimento que o professor deveria dominar e tornam-se simplificados ou esquecidos. De fato, qual a importância para um professor responder à seguinte questão: o que é e qual é a natureza de uma definição matemática?

Concluir um curso de graduação em Matemática, sem a mínima condição de responder a este ou outros questionamentos, deveria ser um caráter a merecer atenção dos formadores de professores.

Após o exame de inúmeras obras (MAROGER, 1908; RUSSELL, 1993; POINCARÉ, 1904) e teses (BUFFET, 2003) que discutem tal questão, defendemos que este caráter deveria provocar a insônia em qualquer professor formador. De fato, você entregaria sua vida nas mãos de um médico que não sabe a diferença entre veia e artéria?

Enquanto em outras profissões exemplos como este merecem total diligência, verificamos em nossa prática do cotidiano, alunos que chamam o seno de x, denotada por $sen(x)$, de função, mas não sabem de fato por que se trata de uma função. Professores que abraçam o estandarte do construtivismo, mas não sabem diferenciar uma definição de um conceito matemático, consequentemente, não conseguem divisar o que se deve construir. Assim como Alunos que não distinguem ou sabem da importância sobre a existência e a unicidade do que afirma uma proposição ou propriedade relativa a um objeto matemático teórico.

Decididamente, são saberes específicos, mas, no caso do futuro professor de Matemática, que busca a construção progressiva dos conceitos matemáticos, não diferenciar um conceito matemático de uma definição matemática nos parece uma situação periclitante.

Além disso, como podemos promover adequadamente uma aprendizagem, se não diferenciamos um raciocínio intuitivo de um raciocínio lógico, ou mesmo uma prova de uma argumentação ou demonstração matemática? No âmbito desses questionamentos, acreditamos que a formação do futuro professor de Matemática não pode se voltar a teorias pedagógicas ou filosófi-

[1] *Em matemática é possível estabelecer ou referir-se a axiomas para se aceitar a construção de um edifício de deduções. E é este aspecto de aparente certeza e falta de liberdade que tem atraído vários filósofos para a utilização da matemática como exemplo de epistemologia* (MASON, 1994, p. 206).

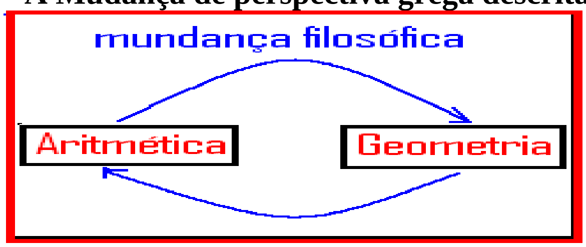
cas gerais se o mesmo não compreende e, no pior dos casos, nunca estudou a dimensão filosófica específica dos seus conteúdos.

Fornecemos alguns exemplos de conteúdos matemáticos que fornecem indícios de uma dimensão filosófica, assim, torna-se imperioso falar sobre a Matemática jônica, uma vez que, com ela, percebemos a mudança e evolução do pensamento matemático. Neste sentido, Popper (1972, p. 104)) descreve a atividade matemática dos gregos diante da descoberta da incomensuralidade.

Popper sublinha que a visão atomista de Demócrito e o pensamento pitagórico foram atingidos de forma letal pela descoberta dos irracionais, do número $\sqrt{2}$. Ambas as doutrinas se fundamentavam na idéia segundo a qual toda medida pode ser reduzida a números puros (POPPER, 1972, p. 112).

Nos modelos matemáticos concebidos pelos gregos, identificamos o processo de aritmetização da Geometria e, num caminho inverso, a geometrização da Aritmética. Esquematicamente vemos na ilustração 2 a mudança provocada naquela época:

Ilustração 2 - A Mudança de perspectiva grega descrita por Popper



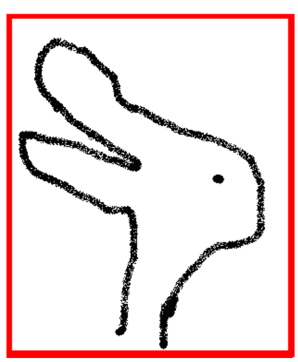
Fonte: Popper (1972, p. 24)

O conteúdo que comentamos constitui parte dos fundamentos de Matemática. Para compreendermos o processo descrito na ilustração 2, que caracteriza uma maneira particular grega de ver o mundo, é necessária uma boa formação em Aritmética e em Geometria.

Os gregos foram responsáveis por uma alteração padronizada do pensamento matemático, inclusive a noção da experiência matemática, o que causou determinadas mudanças de paradigmas na Matemática.

De tempos em tempos observamos na história da Matemática e das Ciências determinados momentos de revolução e substituição de paradigmas. Neste âmbito, Otte (1991) explica alguns pontos da visão de Thomas Samuel Kuhn (1922-1996), com destaque para a metáfora da revolução nas ciências. Tal metáfora é empregada em conjunção com aquela troca. “O que eram patos [...] antes da revolução, são coelhos depois.” (OTTE, 1991, p. 294).

Ilustração 3 - A reversibilidade do *pato-coelho* descrita por Khun



Fonte: Otte (1991, p. 134).

A tentativa de mudança e as barreiras encontradas pelos gregos constitui para nós a dimensão filosófica dos conteúdos estudados por eles. A reversibilidade inaugurada pelos gregos, parafraseando Khun (*apud* OTTE,1991 ou 1993), de se encarar os objetos matemáticos, passou a ser recorrente na História da Matemática.

Neste sentido, encontramos um exemplo específico em Comte (1830, p. 29) ao analisar a mudança de perspectiva filosófica entre a Geometria Plana e a Geometria Analítica. Este e outros exemplos específicos serão objeto de nossas considerações na próxima seção, pois constituem conteúdos particulares, passíveis e merecedores de uma análise filosófica.

2 QUE DIMENSÃO FILOSÓFICA DO SABER MATEMÁTICO DISCUTIR EM TAL FORMAÇÃO?

Esperamos que o título desta seção não influencie o leitor a pensar que existem conteúdos de Matemática filosóficos e outros não. Para nós todo o saber matemático é filosófico. E, mesmo se manifestando em equações simplórias do tipo: $\sqrt{2}$ [1], $x^2+1=0$ [2], $2+2=4$ [3] podemos perceber este viés.

Nossa intenção é desenvolver ilustrações de conteúdos do ensino escolar, apresentando aspectos filosóficos que não podem ser vislumbrados apenas num âmbito específico do conhecimento ou num contexto didático-metodológico.

Por exemplo, em Caraça (1970) encontramos interessantes questões de natureza puramente matemática, se as analisamos numa perspectiva dos incipientes. Enquanto que, para as pessoas que possuem um olhar refinado, tais questões matemáticas apontadas por Caraça são filosóficas, desperdiçamos a oportunidade de aproveitar estas e outras questões para a formação do professor.

De fato, Caraça (1970, p. 6) destaca a invenção de um símbolo para representar o nada (zero) constitui um dos atos mais audazes do pensamento humano. Ele analisa também questões de enumeração e contagem de conjuntos. Descreve ainda as barreiras que dificultaram a evolução dos conjuntos numéricos, relacionados por: $□ \subset □ \subset □ \subset □ \subset ?$. Aliás, uma situação insólita, identificada em nossa experiência, diz respeito a pouca habilidade para a resposta das seguintes questões por parte do professor: O que é um número natural? O que é um número inteiro, racional ou real?

Adiante, Caraça descreve o princípio da economia de pensamento, que nos leva a preferir, entre dois caminhos que levam ao mesmo fim, o mais simples e mais curto. Por meio desse princípio, numa perspectiva axiomática, o professor compreenderia o porquê da necessidade de se estabelecer que $a^0=1$ para $a \in □ -\{0\}$.

Taylor (1886, p. 209) destaca a compreensão matemática e filosófica dos símbolos: $\mathrm{a}-a=0$ e $\frac{a}{\infty}=0$. Ele explica que, embora tenhamos o zero em ambas as equações, no primeiro caso temos o valor absoluto zero, obtido por meio da soma pelo simétrico aditivo $(-a)$ e, enquanto que no segundo caso, o zero representa grandezas infinitamente pequenas.

---

[1] Popper (1972, p. 112) destaca que esta grandeza proporcionou o declínio das concepções platônicas e pitagóricas sob a perspectiva grega.
[2] Russell (1993, p. 75) lembra que *a extensão de conjuntos numéricos não é feita apenas por que precisamos delas, elas são criadas por definição*.
[3] Hersh (1999, p. 15) desenvolve uma discussão filosófica sobre tal identidade numérica.

Do mesmo modo, interpretamos o símbolo $\frac{0}{0}$ que, conforme Taylor (1886, p 220), *não* é apenas um símbolo de indeterminação. Ele é visto em abstrato ou sem referência com leis ou circunstâncias que explicam sua origem.

O estudos destes objetos passaram por algumas mudanças de perspectivas filosóficas. Taylor (1886, p. 115) lembra a contribuição do matemático e filósofo René Descartes (1596-1650). Seu método consiste num uso auspicioso de um sistema de variáveis auxiliares x e y pertencentes a um sistema de coordenadas. Em adição a estas variáveis, Newton e Leibnitz empregaram outro sistema composto de incrementos e decréscimos das variáveis x e y (TAYLOR, 1886, p. 130).

Essas e outras propriedades que constituem as propriedades axiomáticas de certos conteúdos do ensino fundamental, frequentemente, são descuidados num curso de licenciatura. De fato, perguntamos se tem sentido um professor ensinar aos pequenos operações fundamentais com uma fração, sem saber ao certo o que é uma fração? Será que um professor não deveria ser cônscio de que uma fração é bem mais do que a parte de um todo?

Vejamos, no entanto, outro exemplo interessante, no caso do número imaginário definido pela equação $x^2 + a = 0$, onde $a > 0$. Nesta situação, os autores de livros didáticos admitem equivocadamente a construção dos complexos □ , que reconhecidamente apresenta obstáculos à compreensão. De fato, como um garoto hoje compreende que o produto de $ai \times bi$ produz um número real $-ab$.

Shapiro (2005, p. 307) sublinha a diferença entre métodos reais e ideais, e a questão relacionada ao caráter de idealização dos objetos matemáticos. Assim, diante da criação de um modo abstrato e inverídico[1] para a obtenção dos complexos, percebemos a dimensão filosófica do assunto, em virtude da impossibilidade de determinadas operações em □ .

De forma semelhante, um número negativo, que também não pode existir na realidade, porque "não pode existir algo que é menos que nada", como se dizia no século XVIII, é definido por uma equação $x + a = 0$, onde $a \in$ □ (OTTE, 1991, p. 60). Otte (1991, p. 298) lembra ainda o seguinte procedimento: Seja $S = 1 + a + a^2 + \ldots$.. Então. $S - a \cdot S = 1$.

Segue que $S = \frac{1}{1-a}$. Ele acrescenta que embora compelidos em aceitar o procedimento acima, existem muitos que se sentem insatisfeitos, enganados.

A multiplicação de $a \times (1 + a + a^2 + \ldots)$ seguida da diferença, de uma série pela outra, dá o resultado; mas não dá a compreensão de como essas séries (contínuas) aproximam-se de certo valor (OTTE, 1991, p. 298). Tais objetos são para a Matemática objetos realmente existentes, porque se pode calcular com eles, ao se calcular com as equações definitórias. Todavia, este e outros temas não são contemplados pelos currículos dos cursos de Licenciatura, na perspectiva que sublinhamos.

Assumimos a idéia de ser imprescindível uma estruturação curricular dos conteúdos que englobam um curso de graduação, alguns dos exemplos que comentamos. Com uma intenção semelhante, Chassapis (2007) descreve os conteúdos e a organização de um curso (com duração de um ano) de Filosofia da Matemática direcionado ao professor no ensino Fundamental. Resumidamente, exemplificamos alguns destes pontos:

[1] Kleiner (2007, p.7) explica o surgimento a partir da resolução da equação da cúbica.

CONTEÚDO[1]	**ANÁLISE FILOSÓFICA**
Classes, conjuntos e relações	**Como as coleções de objetos são usadas em classes e conjuntos no ensino primário?** **Russell seus paradoxos e suas conseqüências.**
Definição de Número	**A perspectiva Pitágoras, Cantor, Peano e Frege.**
Sistemas Numéricos	**Sistemas Numéricos como construções culturais.**
Discreto e o Contínuo	**Tais noções nas perspectivas de Zeno, Cantor e além.**
QUESTÕES DO ENSINO	**ANÁLISE FILOSÓFICA**
Métodos de ensino na escola primária	**Qual o significado da descoberta por meio do ensino dos conceitos matemáticos?**

Concordamos integralmente com Chassapis (2007, p. 73) quando explica que a intenção é integrar alguns temas da filosofia da matemática no ensino de matemática da escola primária e assim contribuir para a uma base de formação de um professor prático reflexivo.

Para concluir esta seção, sublinhamos a importância de se compreender a dimensão filosófica das definições matemáticas. Sua importância particular para nós reside em seu caráter ubíquo e no fato em que, por vezes, o professor sente que determinadas definições condicionam maiores dificuldades do que outras, no processo de ensino. Parte dessas dificuldades reside em sua dimensão epistemológica e este caráter condiciona sua ação.

Em Buffet (2003) encontramos uma importante caracterização e classificação das definições matemáticas. A compreensão das principais correntes filosóficas analisadas por Buffet, que são o essencialismo e nominalismo é interessante para que possamos discernir o motivo de determinadas práticas e rituais no ensino da Matemática.

Basta analisar a primeira corrente nominalista que se caracteriza pela tomada de definições de um modo abreviativo, denotativo. (BUFFET, 2003, p. 25) Por outro lado, o pensamento marcante da corrente essencialista sustenta que a matemática possui uma certa realidade e não se reduz a um conjunto de símbolos, mas antes de tudo devemos falar numa essência. (BUFFET, 2003, p. 28).

A partir disto, podemos depreender que dependendo do modo como o professor tenha sido influenciado durante a sua formação, ele será nominalista se sua ação didática se restringe ao estabelecimento compulsório das definições e teoremas. Por outro lado, se ele prefere o seguinte percurso de apresentação do saber matemático: $essência \rightarrow existência$, podemos dizer que em determinados aspectos sua atitude é essencialista[2].

Evidenciamos a necessidade além de se contemplar de modo mais sistemático no currículo os fundamentos iniciais da matemática, estudá-los de forma filosófica. Destarte, se torna impossível para um formador a transmissão do caráter filosófico de um saber, se ele não domina o seu caráter específico. As palavras de Kline (1977) expressam um ponto de vista semelhante ao nosso, quando adverte que:

[1] Sugerimos ao professor a adoção das obras de Ávila (2007) e Lima (2006), onde encontramos uma excelente organização didática de conteúdos que podem ser explorados numa disciplina de Filosofia e que, em geral, recebem pouca atenção nos currículos da licenciatura.

[2] Sugerimos a leitura das obras: Bonnel (1870) e Bonnel (1974) disponíveis na *internet*. Sua análise pode ser de grande importância para a compreensão de determinadas escolhas no ensino de Matemática.

> Assim como a pedagogia, abordagens intuitivas usando materiais concretos, experiências sensórias e princípios, como por exemplo, de Johann Heirich Pestalozzi (1746-1827), a abordagens rigorosas advogam a adesão comunicada pelos valores e igualmente pelo significado da matemática. Na prática, contudo, os professores, compreendem com dificuldades o que eles estão ensinando, ao desenvolver processos de provas de modo mecânico (KLINE 1977, p. 17).

Mais adiante, Kline lembra das seguintes regras: dividir uma fração por outra é inverter e multiplicar pelo inverso da outra; se $x+2=7$ então transpomos o 2, mudando seu sinal; o produto de dois números negativos é um número positivo. Segundo Kline, "regras" como essas são memorizadas pelo estudantes. E o mais pitoresco é que, quando este aluno se transforma em professor, vemos apenas um aumento de sua experiência, contudo, sua abordagem didático-metodológica continua sendo a mesma, afinal de contas, "ensinamos da forma como fomos ensinados".

Verificamos uma aplicação desta máxima nos momentos de prova e demonstração. Por exemplo, na investigação das propriedades formais descritas acima por Kline, o objetivo deste professor se resume de modo simplório na concretização do trajeto entre premissa e tese. Balacheff (1988) nos fornece uma explicação interessante, quando declara que:

> A história da matemática atesta que a demonstração é um instrumento de prova reconhecido e que o problema sobre a verdade está no âmago do progresso científico, não é a toa que os matemáticos podem produzir o saber se apoiando sobre provas da mesma natureza (BALACHEFF 1988, p. 41).

Sendo assim, observamos a repetição, por parte dos professores, das mesmas práticas formalistas que serviram de fio condutor em sua formação inicial. Afinal, como destaca Balacheff, parece ser a única forma que o professor possui para tornar válido e importante o saber veiculado em sala de aula.

Por outro lado, uma compreensão globalizante do professor, sobre a verdade matemática, poderia suavizar estas e outras consequências nefastas do absolutismo. Caso contrário, a perenização dessas atitudes e outras concepções deletérias que envolvem o ensino e a aprendizagem adotam a perspectiva que considera o currículo de Matemática apenas como um corpus de sustentação do saber matemático e desconsidera seu viés filosófico.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TEMAS PARA FUTURA DISCUSSÃO

A maior parte dos professores de matemática considera que sua tarefa consiste em fazer os estudantes racionar logicamente e não importa a que custo PIAGET *et al*., 1960, p. 159). Talvez seja justamente esta perspectiva limitada que impede a percepção e a compreensão das outras dimensões do saber matemático, afinal, não compreendemos aquilo que não somos preparados para ver (FISCHBEIN, 1987, p. 34).

Neste sentido, vale lembrar que muitas partes da lógica podem ser estudadas. Métodos estruturais, algébricos e vários conceitos podem se tornar claros quando aplicados. Mas deve ser dito, todavia, que o estudo da lógica não auxiliar a ninguém a pensar e nem no sentido de fornecer uma fonte de novas idéias, nem mesmo na possibilidade de evitar os erros e combinar antigos pensamentos (HALMOS; GIVANT, 1998, p. 7).

Temos discutido a importância de se estimular a compreensão das diversas facetas do saber matemático. A valorização demasiada de apenas algumas destas facetas, que em muitos casos nos cursos de graduação são caracterizados por situações extremas, tais como:

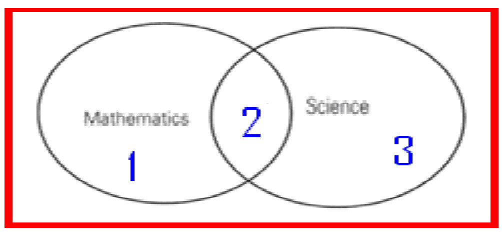
> a valorização excessiva do pedagógico ou a valorização excessiva do específico, explica que dentre as centenas de programas de formação de professores de matemática existentes, parece que, não só o ensino e a aprendizagem, mas também, todos os esforços para produzir um compromisso de mudança entre os egressos fracassam (BALDINO, 1999, p. 224)

Parte destes entraves reside no próprio perfil dos formadores que, em virtude de uma formação específica e estanque, por área, impede e restringe a manutenção de um diálogo e o transito teórico livre em áreas eminentemente interdisciplinares, como no caso da Educação Matemática e, especificamente, na Filosofia da Educação Matemática.

Sustentamos, no entanto que, para apreender o viés filosófico de um objeto matemático, é indispensável a compreensão do saber matemático específico relacionado ao referido objeto. E, com um raciocínio semelhante, não tem sentido falar do seu caráter metodológico se desconhecemos a sua história, sua gênese. Além disso, como refletir sobre algum caráter didático deste objeto matemático, se desconhecemos que fatores condicionaram sua evolução e que fatores o transformaram num objeto do ensino escolar?

As questões ora traduzidas estão bem distantes de uma pretensa banalidade. Neste sentido, Smith (2001, p. 134) corroboram nosso pensamento quando sublinha os problemas relativos ao ensino de Ciências e Matemática e ao analisar o diagrama apresentado na ilustração 4 pergunta: quem vai ensinar a interseção (2) ?

Ilustração 4 - Smith (2001) descreve as relações possíveis.



Fonte: Smith (2001, p. 134).

Ele adverte para a noção de que a rigidez do currículo e das práticas de ensino dificultam a transferência de conhecimento de um bloco para o outro (Idem, 2001, p. 134). E a negligência de fornecermos ao aluno em formação prioritariamente (1) ou (3) condiciona danos irreparáveis ao ensino de Matemática; basta olhar a nossa realidade atual do ensino da Matemática.

No que concerne aos professores formadores que atuam em um curso de licenciatura, os ensinamentos de Ernest (2005) são claros e deveriam indicar uma direção profícua quando acentua:

> Todas ou quase todas as concepções, epistemologias, metodologias, filosofias da matemática (no seu todo ou em parte) contem, mesmo que de modo implícito, idéias, orientações, germes de teorias sobre o ensino e a aprendizagem de matemática (ERNEST 2005, p. xiv).

Todavia, se tentamos conceber metodologias ou desenvolver especulações sobre Didáticas Gerais, sem o domínio do saber específico, corremos o risco de permanecer na superficialidade e na mera retórica[1]. De um lado, o desconhecimento e a cristalização das práticas peda-

[1] Destacamos a magnífica fundamentação concebida por Perrenoud (2000), mas que, na prática, não encontramos o seu caráter de aplicabilidade científica nas investigações desenvolvidas em Educação Matemática.

gógicas destes formadores decorrentes da formação do passado, por meio de currículos estanques e anacrônicos dos cursos de Pedagogia, interferem no sentido de impedir a identificação dos elementos apontados há pouco por Paul Ernest.

Por outro lado, uma formação rígida, árida, formalista e absolutista, impede de estabelecermos nos alunos uma concepção sobre o saber matemático com bases falibilistas, empobrecendo assim o seu caráter filosófico.

Com uma preocupação semelhante, Hersh (1999, p. 36) denuncia o fato de que a filosofia tradicional considera apenas a forma atual da matemática; contudo, é impossível compreendê-la se ignoramos seu passado. Sua faceta atual é formal, precisa, ordenada e abstrata; enquanto que a Matemática do passado é fragmentária, informal, intuitiva. Desta forma, uma disciplina proposta nas bases em que apresentamos deve buscar o caráter provisório e falível da Matemática[1].

Algumas das consequências absolutistas podem ser evidenciadas nas práticas avaliativas, quando os professores de matemática constroem um gabarito, já estão estabelecendo uma verdade única, isolada da realidade dos alunos (...) e quando, durante a correção da questão o professor considera as regras formais de uso do conteúdo mais importantes do que o significado que é atribuído a esse conteúdo, vemos a versão formalista (NORONHA, 1994, p. 69).

A perpetuação das práticas pedagógicas estanques nos curso de formação pode explicar o porquê de uma grande quantidade de estudos nacional e internacional – não apenas em Matemática, mas também na aprendizagem em Ciências, sugerem que a performance de estudantes da escola secundária pode ser caracterizado por uma estagnação acadêmica (STEIN, 2000, p. 101).

Tal estagnação, em nosso caso particular, pode ser compreendida nas situações em que o aluno é colocado em contato com teorias generalizantes e complexas, como a Psicologia Genética que, dificilmente, este aluno terá a capacidade e maturidade intelectual de relacionar, aplicar a adaptá-las ao saber matemático da sala de aula.

Para um leitor informado, aconselhamos, por exemplo, a leitura do longo percurso e os entraves epistemológicos que possibilitaram a adaptação de alguns fundamentos da Semiótica e da Lingüística à Matemática. Por exemplo, Raymond Duval, que formulou a Teoria das Representações Semióticas; ou, ainda, a aplicação de alguns postulados da Psicologia Cognitiva, de raízes piagetianas, ao ensino da Matemática, como fundamentou o pesquisador francês Guy Brousseau, por meio da Teoria das Situações Didáticas. Estas teorizações têm produzido dados interessantes em estudos empíricos.

O que aconselhamos, no entanto, não caracteriza um fácil exercício ao professor formador. O descaso, porém, em relação aos fatores que apontamos neste trabalho, não significa o descrédito em relação ao autor deste artigo, afinal de contas, quantas vezes na história Bertrand Rusell foi criticado e colocado em descrédito por Jean Diedonné (1906-1992). O descaso em relação a estes fatores significa um prejuízo irreparável para os nossos futuros professores.

Questão semelhante, trazida num âmbito específico pelo pesquisador holandês Hans Freudenthal, poderá nos inspirar em futuras discussões quando ele lembra de modo emblemático

[1] Cabe ao professor explicar a fragilidade da matemática explicando aos alunos que *vários teoremas importantes eram falsos quando enunciados pela primeira vez. Somente de forma gradual, na medida que contra-exemplos são descobertos, que as definições são estabelecidas e os teoremas adequadamente comprovados* (LUCAS, 2002, p. 372).

que: se o construtivismo[1] significa algo didático, devemos indicar o que esperamos construir (FREUDENTHAL, 2002, p. 145).

Vale lembrar ainda que:

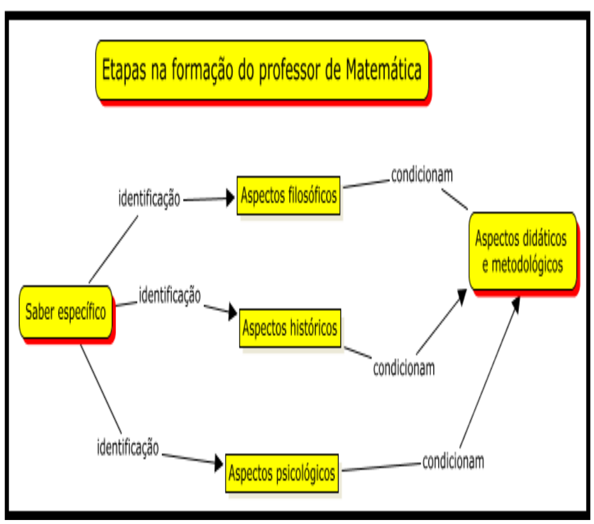
> as dificuldades de aplicação de uma perspectiva construtivista para o ensino de matemática são evidentes quando analisamos as dificuldades de construção de modelos de aprendizagem para as crianças pelos futuros professores. Nossa compreensão destas dificuldades por ser configurado em torno de suas próprias abordagens do ensino de matemática e de suas percepções à respeito deste conhecimento(D´AMBRÓSIO, 2004, p. 117).

A compreensão globalizante da utilização da Filosofia da Matemática para a análise do saber matemático construído ao longo dos séculos se insere num âmbito mais amplo da investigação científica chamada de Educação Matemática. O desconhecimento desta, para qualquer profissional que atua na formação de professores é injustificável, afinal de contas, a Educação Matemática se caracteriza atualmente como uma atividade internacional (ATWEH; CLARKSON, 2001, p. 78) em consequência de sua vasta produção.

Certamente que, para tal apropriação, o docente necessita de horas livres para a reflexão, pesquisa e sistematização de idéias e a adoção de metodologias[2] alternativas. Ele poderá entrar em contato com estas teorias e realizar a transposição didática para seus alunos, preparando tal saber para uma futura construção conjunta.

Finalmente, referendando-nos num extenso levantamento bibliográfico, que procurou delinear alguns aspectos importantes da realidade sobre a formação do professor de Matemática num âmbito da Filosofia da Matemática, propomos o seguinte fluxograma que estruturariam um currículo na licenciatura em Matemática.

Ilustração 5 - Fluxograma proposto para uma adequada formação.



Fonte: Elaboração do autor

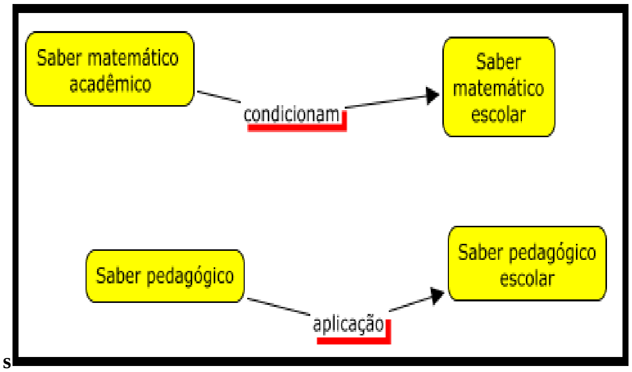
Acreditamos que a comparação entre os percursos de formação apresentados nas ilustrações 5 e 6 podem servir para a inspiração e reflexão dos formadores.

---

[1] Glaeserdeld (1995, p. 53) lembra que *a aventura de sumarizar as idéias de Piaget em dois ou três volumes de livros pode limitar a sua perspectiva*. E completa dizendo que Piaget produziu um obra que poucos conseguem entender e sintetizar.

[2] Fung (2002, p. 9) alerta para o fato de que o ensino tradicional em Hong Kong parece eficiente para o alcance de resultados acadêmicos elevados, especialmente, se este alcance é baseado na reprodução do conhecimento visto em sala.

Ilustração 6 - Fluxograma do currículo atual que não estabelece a <u>conexão</u> entre os saberes específicos e pedagógicos



s

Fonte: Elaboração do ator

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Livro didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências. Tese. (Doutorado em Educação).** São Paulo: Unicamp, janeiro, 2000.

ATWEH, B.; CLARKSON P. **Internationalization and Globalization of Mathematics Education**. In: ATWEH, B. FORGASZ, H. Socio-cultural Research on Mathematics Education: an international perspective. New Jersey: Lawrence Erlbaum Association, p. 76-95, 2001.

AVIGAD, J. **Computers in Mathematical Inquiry**. In: MANCOSU, P. The Philosophy of Mathematical Practice. Oxford: Oxford University Press, p. 301-326, 2008.

ÁVILA, G**. Várias faces da Matemática: tópicos para a licenciatura**. São Paulo: Blucher, 2007.

BALACHEFF. N. **Une étude du processus de prevue em Mathématique chez des élèves des Collègue (thése)**. Grenoble: Institute Foseph Fourier, février, 1988.

BALDINO, R. R. **Pesquisa-ação para a formação de professores: leitura sintomal de relatórios**, In: BICUDO, M. A. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**, São Paulo: Editora UNESP, p. 221-260, 1999.

BENDEGEM, J. P.; KERKHOVE, B. K. **Perspective on Mathematical Practice: Bringing t gether Philosophy of Mathematics, Sociology of Mathematics and Mathematics Education**. New York: Springer, 2007.

BIEHLER, R**. History and Epistemology of Mathematics and Mathematics Education**. In: BIEHLER, R. et all. Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline London: Klumer Academic Publishers, p. 320-340, 2002.

BONNEL, J. F. **Essai sur les definitions géométriques. Paris: Delagrave et Libraries Éditeurs**, vol 1, 1870.

BONNEL, J. F. **Essai sur les definitions géométriques**. Paris: Delagrave et Libraries Éditeurs, vol 2, 1874.

BOURBAKI, N. **Éléments d´Histoire de Mathématiques**. New York: Springer, 1984.

BICUDO, M .; & GUARNICA, A. V. **Filosofia da Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2001.

BROCHARD, V. **De la Croyance, Paris: Revue Philosopique**. IX année, nº 7, juillet, p. 1-24, 1884.

BROCARDO, J. **As investigações na aula de Matemática: um projeto na 8º série. (Tese) Lisboa**: Universidade de Lisboa, janeiro, 2001.

BROWN, T. **Mathematics Education and Language: interpreting Hermeneutics and Pos-structuralism**. London: Klumer Academic Publishers, 1997.

BROWN, J. R. **Philsophy of Mathematics: an introduction to the word of proofs and pictures** .London: Routledge, 2005.

BUFFET, C. O. **Construction de definition/construction de concept: vers une situation fondamentale pour la construction de definition en mathématiques. (Thése en Didactiques)** .Université Joseph Fourier, decembre, 2003.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Editora Nacional, 1970.

CHASSAPIS, D. **Integrating the Philosophy of Mathematics in Teacher Training**. In: FRANÇOIS, K. e BEDEGEN, P. Philosophical. Dimensions in Mathematics Education. New York: Springer, p. 61-81, 2007.

COMTE, A. **Cours de Philosophie Positive, Tome Premier**. Paris: Rouen Fréres Èditeurs, 1830.

CONSELHO NACIONAL de EDUCAÇÃO. **Diretrizes Curriculares para a formação de professores da Educação Básica, em nível superior**, Brasília, 2001.

CORNU, B. **Training Today the teacher of tomorrow**. In: HOYLES, C. MORGAN, C. WOODHOUSE, G. Rethinking the Mathematics Curriculum. London: The Palmer Press, p. 195-203, 2001.

CORFIELD, D. **Towards of Philosophy of Real Mathematics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

CYRADE, G. **Devenir professeur de Mathématique: entre problêmes de le profession et La formation em IUFM (Thése de Didactiques), L´université de Marseille**, semptebre, 2006.

D´AMBRÓSIO, B**. The dilemmas of preparing teachers to teach Mathematics within a Constructivist Framework. In: FUJITA et all. Proceeding of The Ninth International Congress on Mathematical Education**, Boston: Klumer Academic Publishers, p. 114-120, 2004.

ERNEST, P**. The Philosophy of Mathematics Education**, London: Palmer Press, 1991.

ERNEST, P. **Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematical Education**, London: Palmer Press, 2005.

FISCHBEIN. Efrain. (1987). Intuition **in Science and Mathematics: an educational approach**. London: Reidel Public Publishers.

FREUDENTHAL, H. **Revisiting the Mathematics Education: china lectures**, London: Klumer Academic Publishers, 2002.

FUNG, C. Y. **The efficacy of a constructivist approach to the training of the Chinese Mathematics Teacher (thesis)**, Curtin University of Technology, December, 2002.

GATTEGNO, C**. La Pédagogie des Mathématiques., In: PIAGET et all, L´enseignement des Mathématiques**, Paris: Délachaux et Niéstle, p. 131-173, 1960.

GLASERDELD, E. V**. Radical Constructivism: a way of knowing and learning**, Lodon: Taylor and Francis Group, 1995.

HALMOS, P. ; GIVANT, S. **Logic as Algebra, New York: The Mathematical Association of America**, 1998.

HERSH, R. **What is Mathematics, Really?** New York: Oxford University Press, 1999.

KLINE, M**. Why the professor Can´t Teach: mathematics and the dilemma of University Education,** New York: Martin Press, 1977.

JESUS, W. P. **Educação Matemática e Filosofias sociais da Matemática (tese), UNICAMP**, fevereiro, 2001.

KENDAL, S. CHICK, H. STACEY, K. **The future of the Teaching and Learning of Algebra**, London: Klumer Academic Press, 2004.

KIMURA, Cecília, F. K. (2005**). O jogo como ferramenta no trabalho com números negatigos (tese de doutorado em Educação Matemática**, São Paulo: Pontifícia Universidade Católica. 253p.

LAKATOS, I. **Proofs and Refutation: the Logic of Mathematical Discovery**, London: Cambridge University Press, 1976.

LEUNG, F. **The traditional chinese views of Mathematics and Education: Implication for Mathematics Education**, In: HOYLES, C. MORGAN, C. WOODHOUSE, G. Rethinking the Mathematics Curriculum, London: The Palmer Press, p. 240-249, 2001.

LIMA, E. L. **Matemática e Ensino, Rio de Janeiro: Coleção Professor de Matemática**, 2001.

LIMA, E. L. **Matemática e Ensino, Rio de Janeiro: Professor de Matemática, vol 1**, 2004.

LIMA, E. L. **Curso de Análise, vol. 1, Rio de Janeiro**: Projeto Euclides, 2006.

LIBÂNEO, J. C. **Democratização de Escola Pública**, São Paulo: Edições Loyola, 13º edição, 1995.

LUCAS, J. R**. The Conceptual Roots in Mathematics, London**: Taylor and Francis, 2002.

MAROGER, A. **Leçons critiques et historiques sur les Fondements des Mathématiques**, Paris: Vuibert et Éditeurs, 1908.

MASON, J. **Enquiry in Mathematics and Mathematics Education, In: Constructing Mathematical Knowledge: epistemology and mathematics education**, London: The Palmer Press, p. 205-218, 1994.

NORONHA, H. C. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos (tese)**, Faculdade de Educação, UFRS, dezembro, 1994.

OTTE, M. O **formal, o social e o subjetivo: uma introdução à Filosofia e à Didática da Matemática**, Editora UNESP, São Paulo, 1991.

PIAGET, J. Les **structures mathématiques et les structures operatoires de l´intelligence, In: Piaget et all, L´enseignement des Mathématiques**, Suisse: Délachaux et Niestlé, p. 1-37, 1960.

PIRES, R. C. **A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo (tese)**, PUC/SP, 2006.

POINCARÉ, H. **La logique et l´intuition dans la science mathématique, L´enseignement Mathématique**, Vol. 1, p. 158-162, 1899.

POINCARÉ, H. **Les definitions générales en mathematiques, In: L´enseignement Mathematique**, Vol. 6, p. 12-45, 1904.

POPPER, K. R. **Conjecturas e Refutações, Brasília**: Universidade de Brasília, 4ª edição, 1972.

RUSSELL, B. **Mathematical Philosophy**, New York: Dover Publication, 1993.

SERTAFI, M**. Symbolic inventiveness and "Irrationalist" Practices in Leibnitz´s Mathematics**, In: DASCAL, M. Leibnitz: What Kind of Rationalist?, London: Springer, p. 125-143, 2008.

SMITH, D. S. **Mathematics and Scientific Literacy,. In: HOYLES, C. MORGAN, C. WOODHOUSE**, G. Rethinking the Mathematical Curriculum, London: Palmer Press, p. 130-140, 2001.

SHAPIRO, S. **Thinking about Mathematics: The philosophy of mathematics**, Oxford: Cambridge University Press, 2000.

SHAPIRO, S. **The Oxford handbook of Philosophy of Mathematics and Logic**, Oxford: Oxford University Press, 2005.

STEIN,M. K. **The organization and Structures of the Schools at the Middles Grades, In: National Research Council of Mathematics**, Washington: National Press, p. 100-110, 2000.

STOKER, J. **An investigation of Mathematics Teacher's Beliefs and Practices Following an Intervention on Constructivism (thesis)**, Australia: Curtin University, February, 2003.

TAYLOR, A. R. **The Philosophy of Mathematics: the elements of Geometry, Philadelphia**: Lippincott Company, 1886.

THOM, R. **Leaving Mathematics for Philosophy, In: Mathematical Research Today and Tomorrow**, New York: Springer, 1992.

KLEINER, I. **A history of Abstract Algebra**, Boston: Birkäuser, 2007.

Recebido em 04-03-2011.
Aprovado em 26-10-2011.