

## **O USO DA LEI DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS E DA ESTATÍSTICA DE WEIBULL NO TRATAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS DE ENSAIOS MECÂNICOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA**

JESSÉ VALENTE DE LIZ<sup>1</sup>, RAFAEL MACHADO CASALI<sup>1</sup>, BRENO SALGADO BARRA<sup>1</sup>, ALEXANDRE MIKOWSKI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

<jesse.v@posgrad.ufsc.br>, <r.casali@ufsc.br>, <breno.barra@ufsc.br>, <alexandre.mikowski@ufsc.br>

10.21439/conexoes.v17i0.2898

**Resumo.** A determinação de propriedades mecânicas dos materiais com base em campanhas experimentais é de suma importância para as áreas da engenharia e ciência dos materiais, pois é a partir desses indicadores que são realizados os desenvolvimentos dos produtos, elementos estruturais e processos. No entanto, ensaios mecânicos produzem grandezas expressas em valores aproximados, tornando difícil o alcance de valores verdadeiros. Assim sendo, é possível afirmar que os ensaios geram erros e incertezas que são propagados, acarretando a necessidade de aplicar a lei de propagação de incertezas em tais dados experimentais. A estatística de Weibull é uma ferramenta que auxilia no tratamento e análise destas informações, sendo a mais indicada para o estudo de materiais que apresentam tendência dispersiva dos resultados obtidos, como os cerâmicos, por exemplo. Neste contexto, o presente trabalho utilizou técnicas de revisão sistemática da literatura e análise bibliométrica para verificar a aplicação das referidas técnicas relativas ao comportamento mecânico dos materiais, buscando traçar um panorama desse cenário científico. Após a seleção e análise do referencial consultado, foi possível verificar que a lei de propagação de incertezas foi aplicada apenas em um dos artigos pesquisados, demonstrando lacunas no desenvolvimento de publicações neste âmbito científico, indicando um forte nicho de investigação e produção a ser explorado, bem como a estatística de Weibull se mostrou polivalente e eficaz no estabelecimento dos indicadores de tendência.

**Palavras-chaves:** Propagação de incertezas. Propagação de erros. Estatística de Weibull. Comportamento mecânico. Propriedades mecânicas.

## **THE USE OF THE LAW OF PROPAGATION OF UNCERTAINTY AND WEIBULL STATISTICS IN THE TREATMENT OF EXPERIMENTAL DATA FROM MECHANICAL TESTS: A SYSTEMATIC LITERATURE REVIEW**

**Abstract.** The determination of mechanical properties of materials based on experimental campaigns is of utmost importance for engineering and materials science fields, once the development of products, structural elements and processes is carried out based on their scope. However, mechanical tests produce results expressed in approximate values, making it difficult to reach true values. Therefore, it is possible to infer the aforementioned tests provide errors and uncertainties that are propagated, resulting in the need to apply the law of propagation of uncertainty in such experimental data. Weibull statistics is a tool which assists on the treatment and analysis of those data, being the most suitable for studying materials with scattered trends, such as ceramics, for instance. In this context, a systematic literature review is explored, as well as a bibliometric analysis, aiming to verify the use of those techniques with regards to the mechanical behavior of materials, seeking to outline an overview of this scientific scenario. After selecting and analyzing several publications, just one paper applied the law of propagation of uncertainty in its scope, which demonstrates the existence of gaps related to in-depth exploration of this subject in scientific basis, pointing out a strong research and production niche to be prospected, while Weibull statistics proved to be versatile and effective in establishing trend indicators.

**Keywords:** Propagation of uncertainty. Error propagation. Weibull statistics. Mechanical behavior. Mechanical properties.

## 1 INTRODUÇÃO

A mecânica dos materiais é um ramo da engenharia que investiga o comportamento de corpos sólidos sob cargas, a fim de obter informações sobre tensões, deformações e deslocamentos (GERE; GOODNO, 2017). É fundamental conhecer as propriedades mecânicas dos materiais em projetos estruturais, pois interferem no dimensionamento dos elementos estruturais e na escolha dos materiais (GARCIA; SPIM; SANTOS, 2012). No dimensionamento, a tensão solicitante deve ser menor ou igual à resistência mecânica do material ( $\sigma_S \leq \sigma_R$ ), sendo que esta nada mais é que o nível de tensão atingido para que o material sofra uma deformação suficiente para levar ao seu rompimento, ou seja, a tensão de ruptura (DOWLING, 2018).

Tanto a análise teórica quanto os resultados experimentais são essenciais na mecânica dos materiais. Embora a teoria possa prever o comportamento mecânico por meio de fórmulas e equações, elas não podem ser aplicadas na prática sem que as propriedades físicas dos materiais sejam obtidas por meio de experimentos em laboratório. Além disso, em alguns casos, a análise teórica não é suficiente para resolver problemas práticos, sendo necessário realizar testes físicos (DOWLING, 2018).

Diversos são os tipos de ensaios mecânicos realizados para entender o comportamento mecânico de determinado material ou elemento estrutural, os principais são: ensaio de tração, compressão, dureza, torção, flexão, fluência, fadiga, impacto, dentre outros (GARCIA; SPIM; SANTOS, 2012). Os ensaios mecânicos são efetuados para determinação de esforços, em que a partir da quantificação desses, determina-se a resistência mecânica para cada uma das diferentes solicitações (SOUZA, 1982).

Ao analisar as tensões e/ou deformações causadas por esforços mecânicos aplicados a um material, é possível obter diversas propriedades mecânicas de forma direta ou indireta, tais como módulo de elasticidade, tensão de escoamento, tensão de ruptura, alongamento, dureza, módulo de resiliência e módulo de tenacidade (SOUZA, 1982; GARCIA; SPIM; SANTOS, 2012). Com isso, ensaios são amplamente usados para desenvolver novas informações acerca dos materiais, objetivando desenvolvimento de novos produtos, processos ou tratamentos.

Nesse sentido, Holanda et al. (2022), por exemplo, aplicaram o ensaio de compressão a fim de avaliar a adição de resíduo de calcário laminado no tijolo cerâmico. Já Senff et al. (2020) utilizaram dos ensaios de flexão e compressão para avaliar o desempenho mecânico de argamassas geopoliméricas após a adição de fibra de vi-

dro. Mohammed et al. (2017), em contrapartida, utilizaram do ensaio mecânico de flexão para comparar o desempenho de vigas de concreto armado com agregado de tijolo reciclado com os requisitos normativos. Ainda, Wang et al. (2023) aplicaram o ensaio de compressão diametral em diferentes misturas asfálticas recicladas a frio, a fim de obter a tração de forma indireta; os autores ainda utilizaram da nanoindentação para explorar as propriedades mecânicas do material, como o módulo de elasticidade.

Entretanto, é importante salientar que quando se trabalha com dados experimentais, incertezas inevitavelmente estão vinculadas à grandeza experimental determinada pelo ensaio (INMETRO, 2012). Isto é, ao considerar experimentos para determinação de uma resistência característica,  $n$  valores distintos serão observados, dispersos em torno de uma média central (BECK, 2019). Ademais, quando há dependência de variáveis e interação entre erros e/ou incertezas, essas acarretam em um acúmulo de resíduos que serão atrelados às propriedades mecânicas; por isso, a aplicação da lei de propagação de incertezas (ou erros) deve ser realizada, a fim de permitir a obtenção do valor mais próximo possível do valor verdadeiro, de tal modo que o valor verdadeiro não é conhecido e não pode ser determinado (VUOLO, 1996).

Nesse sentido, nos estudos conduzidos pelos pesquisadores Mikowski et al. (2011), Mikowski et al. (2021), Díaz (2020), Gontarski et al. (2022), Liz (2023), a aplicação da lei propagação de incertezas foi realizada e revelou-se crucial na avaliação de diferentes propriedades mecânicas, sendo fundamental para a garantia da qualidade e credibilidade dos resultados experimentais. Além disso, é importante ressaltar que tais estudos também exploraram o desenvolvimento de modelos matemáticos de propagação de incertezas.

A estatística de Weibull, por sua vez, é uma outra ferramenta estatística que é importante em várias áreas e aplicações, especialmente na área de engenharia e ciência dos materiais. Originada a partir da analogia da teoria do elo mais fraco, possibilita a determinação da probabilidade de falha, sendo uma estatística atrelada aos pontos extremos, ou seja, às forças que desencadearam a ruptura (Migliore Jr., 1992); tais características contribuem para projetos de engenharia, manutenção preventiva e garantia de qualidade.

Além disso, essa técnica é a mais recomendada em resultados experimentais de materiais cerâmicos ou frágeis, os quais frequentemente apresentam uma maior dispersão de resultados (ZANOTTO; MIGLIORE, 1991). Adicionalmente, a análise de Weibull é de suma importância, uma vez que permite modelar a dis-

tribuição de falhas em componentes e materiais sujeitos a tensões e cargas variáveis, trazendo consigo possibilidades de análise inclusive do comportamento mecânico durante um ensaio mecânico, conforme realizado por Mikowski et al. (2006), Mikowski et al. (2008), Mikowski et al. (2011).

Tanto a lei de propagação de incertezas, quanto a estatística de Weibull são ferramentas consolidadas para tratamento de dados, no entanto, ao realizar uma busca sistemática junto a uma biblioteca científica digital online, mais especificamente, a Scientific Electronic Library Online (SciELO), nota-se que não há trabalhos relacionando os dois temas simultaneamente (SCIELO, 2023). Para tanto, vislumbrando uma oportunidade de contribuição científica, o objetivo deste artigo é analisar o cenário científico em relação ao tratamento de dados experimentais de ensaios mecânicos utilizando essas duas técnicas em especial.

Nesse sentido, será realizada uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) em uma base de dados de periódicos internacionais indexados que, aliada a uma análise bibliométrica, permitirá identificar as tendências e possíveis lacunas científicas nessa área, além de prospectar novos temas de pesquisa. Ademais, este trabalho apresentará sínteses dos artigos selecionados, trazendo ao leitor soluções e aplicações práticas dessas técnicas em diferentes contextos.

## 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Nesta seção serão apresentados conceitos que irão fornecer ao leitor complementos teóricos acerca da lei de propagação de incertezas, bem como da estatística de Weibull.

### 2.1 LEI DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS

Ao realizar medições experimentais, erros e incertezas são inevitáveis. Esta dispersão de valores associada a uma grandeza experimental, pode ser caracterizada por um desvio padrão experimental. No entanto, ao verificar a função para determinação de uma propriedade mecânica  $\omega$  qualquer, nota-se que o valor de  $\omega$  é obtido indiretamente por outras grandezas experimentais, onde cada uma dessas possui uma incerteza padrão associada. Dessa maneira, faz-se necessária a determinação da incerteza padrão combinada, isto é, aplicação da lei de propagação de incertezas (ou erros) (KU et al., 1966; VUOLO, 1996; INMETRO, 2012).

Em outras palavras, a incerteza padrão de uma grandeza experimental  $\omega = \omega(x, y, z, \dots)$ , ou seja, uma função de várias variáveis, é determinada a partir das incertezas  $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \dots$ , associadas às variáveis  $x, y, z, \dots$ ,

respectivamente. Assim sendo, levando em consideração o caso geral que contempla a dependência de variáveis (grandezas correlacionadas), bem como os termos de covariância das grandezas  $x, y, z, \dots$ , a incerteza padrão em  $\omega$  pode ser determinada a partir da Equação 1 (VUOLO, 1996):

Para informações complementares sobre a lei de propagação de incertezas, sugere-se a consulta do artigo científico de Ku et al. (1966) e de livros que abordam a teoria de erros, como o de Vuolo (1996) – Capítulo 8. Destacam-se também os apêndices A e B de Krupechacke (2014), nos quais o autor utilizou Vuolo (1996) e Piskounov (1990) para a reprodução da dedução matemática da lei de propagação de incertezas. Adicionalmente, sugere-se a leitura do guia para a expressão da incerteza de medição exposto em JCGM (2008) – Capítulo 5 ou INMETRO (2012) – Capítulo 5, uma vez que trazem informações relevantes acerca da temática.

### 2.2 ESTATÍSTICA DE WEIBULL NA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

A resistência mecânica de determinados materiais depende de diversos parâmetros, como distribuição, tamanho e geometria de microdefeitos, assim como do volume; existe outro elemento preponderante, que é a probabilidade desses efeitos estarem sujeitos a tensões críticas. Por consequência, ao analisar os resultados de um ensaio mecânico, uma dispersão de resultados pode ser identificada, principalmente em materiais que apresentam ruptura frágil. Para tanto, o tratamento de tais resultados é bastante eficaz quando aplicada a estatística de Weibull, uma vez que ela é originada a partir da teoria do elo mais fraco (SULLIVAN; LAUZON, 1986; ZANOTTO; MIGLIORE, 1991; BARSOUM, 2003).

Aplicando os conceitos da forma generalizada apresentada em Weibull (1939), Weibull (1951), por exemplo, a um problema de avaliação da carga máxima de um ensaio mecânico, a probabilidade acumulada ( $F$ ), é dada por:

$$F = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{P_{max} - P_u}{P_0} \right)^m \right], \quad (2)$$

onde  $P_{max}$  é a carga máxima aplicada,  $P_u$  é a carga abaixo da qual não se constata ruptura, ou em outras palavras, carga mínima para qualquer membro da população,  $P_0$  é um parâmetro de normalização e  $m$  é o módulo de Weibull, que consiste em uma constante característica para o material.

A partir de um estimador de  $F$  e posterior manipulações matemáticas para linearização da curva a fim de obter  $P_0$ , é possível determinar os valores de média ( $\bar{x}$ )

$$\begin{aligned}\delta_{\omega}^2 &= \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2 \delta_x^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2 \delta_y^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial z}\right)^2 \delta_z^2 + \dots \\ &+ 2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) \delta_{xy}^2 + 2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial z}\right) \delta_{xz}^2 + 2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial z}\right) \delta_{yz}^2 + \dots\end{aligned}\quad (1)$$

sendo que a primeira linha da Equação 1 representa a lei de propagação de incertezas quando as variáveis  $x, y, z, \dots$  são completamente independentes entre si (grandezas não correlacionadas) (VUOLO, 1996).

---

e desvio padrão ( $\delta$ ) pelas Equações 3 e 4, respectivamente, por (WEIBULL, 1939; WEIBULL, 1951):

$$\bar{x}_x = P_0 \Gamma \left( \frac{1}{m} + 1 \right), \quad (3)$$

$$\delta_x = P_0 \sqrt{\Gamma \left( \frac{2}{m} + 1 \right) - \left[ \Gamma \left( \frac{1}{m} + 1 \right) \right]^2}, \quad (4)$$

sendo que  $x$  representa uma variável aleatória em estudo e  $\Gamma(R) = (R-1)!$  é a função gama de um número real  $R > 1$ .

Por fim, para além das referências citadas nesta subseção e dos artigos da revisão sistemática, detalhes adicionais acerca do uso e da aplicação da estatística de Weibull, podem ser verificados em:

- (i) Bergman (1984) que abordou o uso dos estimadores de  $F$ ;
- (ii) Aplicações a ensaios mecânicos realizada por Migliore Jr. (1992), trazendo destaque a uma abordagem elementar dessa estatística junto ao Capítulo 7 (p. 102-114) e Capítulo 9 (p. 139-153), além da indicação da leitura das publicações originadas desta tese; e
- (iii) Mikowski et al. (2006), Mikowski et al. (2008), Mikowski et al. (2011) que aplicou a estatística de Weibull para o tratamento estatístico dos dados de carga aplicada onde ocorrem eventos de fratura em ensaios mecânicos de penetração, mais especificamente, a partir das técnicas de dureza Vickers e indentação instrumentada (nanoindentação).

### 3 METODOLOGIA

A fim de obter-se uma análise do estado da arte relacionado ao tema do presente trabalho, optou-se por realizar uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL).

Estas são reconhecidas por proporcionarem uma escolha de referência bibliográfica sem indução a tendências, uma vez que, a partir de um conjunto de perguntas ou palavras-chave, dados são identificados, selecionados e avaliados criticamente (CONFORTO; AMARAL; SILVA, 2011). Ainda, segundo Conforto, Amaral e Silva (2011), algumas etapas são necessárias:

- (i) Entrada: requisitos e critérios;
- (ii) Processamento: análise dos resultados; e
- (iii) Saída: síntese dos resultados e modelos teóricos.

Nesse contexto, observando o item (i), aos 05 dias do mês de março de 2023 foi realizada uma busca na plataforma Scopus (2023), com as palavras-chave da Tabela 1, buscando em títulos, resumo e palavras-chave de cada um dos artigos. Tal pesquisa retornou um total de 25 artigos. Após, foi realizado o download dos trabalhos disponibilizados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES); assim, o número de artigos diminuiu para 18.

Por conseguinte, realizou-se a leitura de todos os artigos disponíveis, sendo que 6 artigos foram desclassificados por fuga do tema/escopo, sendo que a maioria desses eram de simulação, ou seja, sem dados experimentais. Destaca-se ainda que um deles foi escrito em mandarim, não sendo possível a leitura por parte do autor; os demais eram redigidos em língua inglesa. Dessa forma, a análise bibliométrica, a síntese e análise apresentadas em resultados e discussões, se deram a partir dos 11 artigos selecionados.

### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A bibliometria é um método utilizado para a verificação do cenário científico de determinado tema de interesse; é compreendida pela análise e estudo estatístico do uso e criação de documentos, concomitante ao estudo quantitativo de tais dados levantados. Por meio dela é possível identificar tendências e crescimento do conhecimento em determinada área, identificar lacunas

**Tabela 1:** *String* de busca na Plataforma Scopus.

<b>String de busca</b>
("mechanical properties" OR "mechanical behavior") AND
("error propagation" OR "propagation of error" OR "propagation of uncertainty" OR "uncertainty") AND
("Weibull distribution" OR "Weibull analysis" OR "Weibull statistics")

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

e avaliar produtividade, podendo ser utilizada para a prospecção de ciência e tecnologia, objetivando a produção científica (SPINAK, 1998).

Nesse sentido, ao observar os resultados da Tabela 2, obtidos a partir de Scopus (2023), é possível verificar um nicho de investigação e produção promissor, tendo em vista que o número de pesquisas que envolvem a propagação de incertezas (ou erros), associada à estatística de Weibull aplicada ao tratamento de dados experimentais de propriedades mecânicas (ou comportamento mecânico), constitui um universo pequeno quando comparado aos resultados individuais para cada *string* de busca.

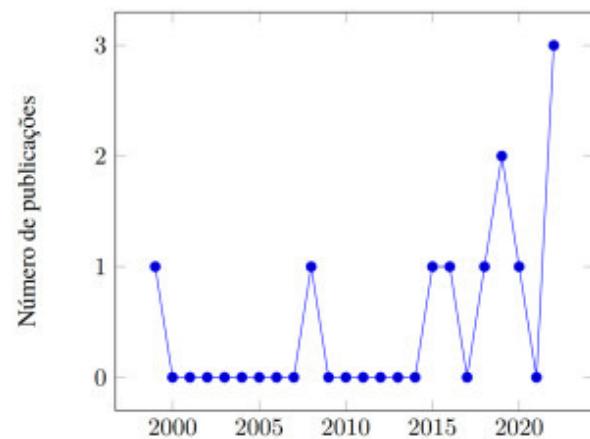
Vale destacar que nas *strings* dos resultados individuais são utilizadas palavras-chave similares quanto à temática envolvida, observando os operadores booleanos compatíveis (*OR*); já para o resultado da intersecção, o operador *AND* foi utilizado para a união entre as três *strings* de busca.

Justificada na metodologia, as métricas posteriores são realizadas a partir dos onze artigos selecionados. Para tanto, tendo em vista o número de publicações por ano, apresentado na Figura 1, observa-se que entre os anos de 1999 e 2018 houve a publicação de um artigo por ano nos anos de 1999, 2008, 2015, 2016, 2018. Já no ano de 2019 houve duas publicações, em 2020 uma publicação e em 2022 três publicações, podendo ser um indicativo de interesse recente nesta área (SCOPUS, 2023).

Outrossim, tendo em vista os países onde foram realizados os trabalhos, a partir de Scopus (2023), têm-se: (i) China – 6 recorrências; (ii) Austrália – 2 recorrências; (iii) Estados Unidos da América – 2 recorrências; (iv) França – 1 recorrência; (v) Índia – 1 recorrência; e (vi) Irã – 1 recorrência. Salienta-se que houve pesquisas em mais de um país simultaneamente.

Quanto às áreas de estudo que tais artigos pertencem, conforme classificado por Scopus (2023), têm-se: (i) engenharia – 8 repetições; (ii) ciência dos materiais – 7 repetições; (iii) ciências da terra e planetárias – 2 repetições; (iv) energia – 2 repetições; e (v) ciência da computação, ciência ambiental, matemática e, física e

**Figura 1:** Publicações por ano



Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados coletados de Scopus (2023)

astronomia – 1 repetição para cada temática.

Tendo em vista o relatório de palavras-chave fornecido por Scopus (2023), considerando aquelas com três ou mais repetições, obtém-se a seguinte lista: (i) *Weibull Distribution* – 11 repetições; (ii) *Bending Strength* – 3 repetições; (iii) *Parameter Estimation* – 3 repetições; (iv) *Reliability Analysis* – 3 repetições; e (v) *Uncertainty Analysis* – 3 repetições.

A partir das palavras-chaves, um apontamento que pode ser feito é que o ensaio de flexão é um ensaio mecânico possivelmente recorrente, sendo que a única propriedade mecânica que apareceu nessa métrica é a de resistência à flexão, que é ligada ao ensaio de flexão. Os ensaios mecânicos de flexão produzem excelentes resultados e uma boa quantidade de propriedades mecânicas tais como a resistência à flexão, módulo de elasticidade, flecha máxima, módulo de resiliência e módulo de tenacidade; além de ser o mais indicado para os materiais com ruptura frágil, como os cerâmicos (SOUZA, 1982; ZANOTTO; MIGLIORE, 1991; BARSOUM, 2003; GARCIA; SPIM; SANTOS, 2012; GERE; GOODNO, 2017; Callister Jr; RETHWISH,

O USO DA LEI DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS E DA ESTATÍSTICA DE WEIBULL NO TRATAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS DE ENSAIOS MECÂNICOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

**Tabela 2:** Resultados das *strings* de busca.

Palavras-chave	Resultados individuais	Resultado da intersecção
("mechanical properties" OR "mechanical behavior")	712.529	
("error propagation" OR "propagation of error" OR "propagation of uncertainty" OR "uncertainty")	828.673	25
("Weibull distribution" OR "Weibull analysis" OR "Weibull statistics")	27.032	

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados coletados de Scopus (2023).

2020).

Os artigos selecionados pela RSL, possuem as métricas da Tabela 3, quanto ao número de citações de cada artigo. Observa-se que os artigos mais citados tendem a ter mais tempo de publicação que aqueles com pouca citação. Ainda, o cálculo da média aritmética simples fornece o valor de 21,64 citações.

**Tabela 3:** Número de citações por artigo selecionados na RSL.

Autor(es)	Citações
Lai et al. (2008)	85
Khayyam et al. (2015)	44
Mahato, Dutta e Ray (2019)	35
Shi et al. (2019)	34
Johnson, Jones e Howe (1999)	16
Zhang et al. (2018)	10
Joannès, Islam e Laiarinandrasana (2020)	6
Guo et al. (2016)	5
Li et al. (2022)	2
Ravandi e Hajizadeh (2022)	1
Xie, Xiao e Zong (2022)	0

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados coletados de Scopus (2023).

Assim sendo, os resultados a seguir fazem parte da terceira etapa exposta por Conforto, Amaral e Silva (2011), isto é, a etapa de saída contemplada pela síntese dos resultados e modelos teóricos dos onze artigos selecionados.

Para avaliar as propriedades mecânicas de materiais utilizados na fabricação de sistemas microeletromecânicos, Johnson, Jones e Howe (1999) compararam resultados a partir de ensaios de tensão axial e flexão, sendo que foram comparadas as forças associadas, deflexões e sensibilidades à incerteza na geometria e no carregamento. Nesse sentido, utilizando-se da estatística de Weibull, o artigo verificou que o ensaio de flexão é mais sensível às incertezas na seção do corpo de prova que no ensaio de tração. Outra análise realizada foi que cargas com desalinhamento angular ou com desalinhamento da linha neutra, quando do ensaio de tra-

ção, acabam gerando grande diminuição da resistência mecânica, uma vez que no ensaio de flexão não há tanta sensibilidade a esse aspecto quanto o ensaio de tração.

Lai et al. (2008), em *"Strength distributions of warm frozen clay and its stochastic damage constitutive model"*, realizaram um estudo da resistência e sua relação com diferentes tipos de argila (em diferentes temperaturas), sendo que tais resultados obedecem à distribuição de Weibull. Esta, foi utilizada para análise da distribuição de forças e colaborando para o desenvolvimento de um modelo que posteriormente foi comparado com os dados experimentais.

Khayyam et al. (2015), por sua vez, em *"Stochastic optimization models for energy management in carbonization process of carbon fiber production"*, estudaram as propriedades mecânicas de fibra de carbono industrial, tendo como objetivo a otimização de seu processo industrial para que diminua o consumo de energia do processo. Para tanto, ensaiaram 50 amostras de fibra, por meio de um DOE (planejamento de experimentos) para as respostas de resistência à flexão e módulo de elasticidade e, posteriormente, realizaram um tratamento estatístico, composto pelo teste Kolmogorov–Smirnov, para avaliar o ajuste e a correlação de diversas distribuições, dentre elas a distribuição Weibull, que foi a escolhida. Ainda, alguns fatores foram elencados para avaliação das propriedades estudadas, como o tamanho da amostra, o nível de confiança e o erro relativo da estimativa dos parâmetros. Por fim, os autores definiram a região para otimização do consumo de gás e energia, mantendo as propriedades requeridas.

Guo et al. (2016), no artigo *"Reliability assessment on interfacial failure of thermal barrier coatings"*, se concentraram no estudo de propriedades mecânicas de revestimentos de barreira térmica, uma vez que tais propriedades apresentam valores dispersos, o que acaba indefinindo a determinação de vida útil do produto. Para tal estudo, os autores utilizaram da técnica de Weibull para a avaliação de confiabilidade, a fim de, posteriormente, elaborar uma equação de estado limite para verificar as regiões seguras. Ainda, foi realizada a análise dos parâmetros relacionados às falhas interfaciais,

sendo afetadas pela incompatibilidade térmica das propriedades do material e pela queda de temperatura em serviço, seguindo a distribuição de Weibull.

Já Zhang et al. (2018), em *"Investigation on the Nonlinear Strength Properties and Damage Statistical Constitutive Model for Frozen Sandy Soils"*, afirmaram que as propriedades mecânicas de geomateriais costumam apresentar variabilidade e incerteza. Assim, a partir de dados experimentais de solos arenosos congelados, os autores se propuseram a apresentar equações de resistência não-linear das tensões normais e cisalhantes. Com o auxílio da estatística de Weibull, foi realizada uma análise da micro-resistência, sendo possível a validação das curvas de tensão, deformação volumétrica e deformação axial, em diferentes pressões de confinamento.

No artigo intitulado de *"Assessment of mechanical, thermal and morphological behavior of nano-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> embedded glass fiber/epoxy composites at in-situ elevated temperatures"*, Mahato, Dutta e Ray (2019) pesquisaram acerca do compósito polimérico fibroso, analisando-o em diferentes temperaturas nos quesitos de resistência à flexão e comportamento viscoelástico, bem como, realizando investigações por meio de microscopia eletrônica de varredura para análise do comportamento interfacial e de falhas. As análises dos dados experimentais se deram por Weibull, apresentando concordância razoável com os resultados experimentais.

Shi et al. (2019), em *"Investigation of mechanical properties of bedded shale by nanoindentation tests: A case study on Lower Silurian Longmaxi Formation of Youyang area in southeast Chongqing, China"*, investigaram propriedades como módulo de Young, dureza e tenacidade à fratura do xisto, comparando resultados por nanoindentação, *upscaling* e ensaio de compressão; os resultados das propriedades mecânicas em nanoescala seguiram a distribuição de Weibull e o grau de dispersão dos resultados de dureza se mostrou o maior, devido à anisotropia do material e à incerteza relacionada à projeção da nanoindentação. Com relação à incerteza, tal artigo apenas trata a respeito de regressão, relatando que não apresentou bom resultado devido à heterogeneidade do material.

Aplicados a vasos de pressão e componentes aeroespaciais, Joannès, Islam e Laiarinandrasana (2020), em *"Uncertainty in Fibre Strength Characterisation Due to Uncertainty in Measurement and Sampling Randomness"*, estudaram a fibra de carbono, observando as propriedades mecânicas que geralmente apresentam variações. Assim sendo, os pesquisadores realizaram um estudo da influência da medição incerteza e aleatoriedade

na incerteza nos parâmetros de distribuição de resistência à tração da fibra de carbono T700. Após a aplicação da lei de propagação de incertezas para obtenção do melhor valor de tensão, utilizou-se do método de *bootstrap* (método que aproxima a distribuição na amostra de um levantamento estatístico) e Weibull; o que permitiu concluir que a aleatoriedade da amostragem tem uma influência maior na incerteza de resistência da fibra, em comparação com a incerteza devida à medição, isto é, a escolha de um tamanho inadequado do corpo de prova influencia mais na confiabilidade dos resultados.

Li et al. (2022) focou seu estudo, em *"Study on scatter in mechanical properties of cylinder head with complex structure characters"*, na análise dos diferentes resultados de propriedades mecânicas, provenientes de defeito de fundição em uma peça fabricada em ferro fundido. Foram realizados ensaios de tração, bem como, foram realizadas análises de simulação quanto ao surgimento de trincas à fadiga. Os resultados foram tratados por Weibull, sendo possível determinar a influência de tais defeitos aleatórios nas propriedades.

Em *"Application of approximate Bayesian computation for estimation of modified weibull distribution parameters for natural fiber strength with high uncertainty"*, Ravandi e Hajizadeh (2022) investigaram acerca das fibras naturais como reforço em compósitos poliméricos, as quais geram incertezas significativas, quando da determinação de suas propriedades mecânicas, fato justificado pela variabilidade natural. Assim, aplicou-se o método de Computação Bayesiana Aproximada (ABC) para analisar a incerteza do ajuste da distribuição Weibull aos dados de resistência das fibras da tamareira, utilizando-se dados experimentais de ensaios à tração. Os resultados sugeriram que a incerteza dos parâmetros de ajuste deve ser considerada para se ter um modelo confiável para a probabilidade de falha da fibra natural.

Dedicados ao estudo da resistência e microestrutura de argamassas de água e areia marinhas expostas à temperaturas elevadas (200, 400, 600 e 800 °C), Xie, Xiao e Zong (2022), realizaram ensaios de flexão e compressão, bem como análises em microscopia eletrônica de varredura e difração de raios x. Com isso, os autores verificaram que a resistência à flexão diminuiu mais que a resistência a compressão; os resultados da compressão foram tratados pela estatística de Weibull e um modelo probabilístico foi apresentado.

Por fim, ressalta-se que a vinculação da propagação de incertezas (ou erros) com a estatística de Weibull para verificar estudos de propriedades mecânicas é uma análise bibliométrica assertiva, pois poucos trabalhos foram reportados para esse nicho de pesquisa ci-

entífica. Todavia, sugere-se que as propriedades mecânicas sejam especificadas para as diferentes combinações de palavras-chave e definições de novas *strings* de busca em Scopus, além de expandir a pesquisa para outras base de dados e/ou bibliotecas on-line, por exemplo a *SciELO*, *ScienceDirect* e *Web of Science*.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Revisão Sistemática da Literatura, aliada à análise bibliométrica, foi uma estratégia eficaz para aprofundar a análise sobre o tema em questão. No entanto, constatou-se que a lei de propagação de incertezas não é amplamente utilizada, sendo adotada em apenas um dos artigos revisados, mais especificamente Joannès, Islam e Laiarinandrasana (2020); os demais utilizaram apenas da aplicação da incerteza padrão. Essa constatação revela a necessidade de incentivar a aplicação dessa lei fundamental em pesquisas experimentais para garantir resultados mais precisos e confiáveis.

Ainda, o presente trabalho apresentou grande relevância para identificar possíveis aplicações da estatística de Weibull, o que contribui para o avanço do conhecimento em diversas áreas do conhecimento. Destaca-se que a distribuição de Weibull se mostrou eficaz em todos os casos, evidenciando sua versatilidade e aplicabilidade em diferentes situações, que não apenas em materiais cerâmicos ou com ruptura frágil.

Uma abordagem fundamental consistiria na aplicação de ambas as técnicas em um material isotrópico e homogêneo, com o objetivo de construir um modelo ou metodologia que possa ser aplicado em diferentes tipos de materiais. É importante destacar que esses modelos devem ser desenvolvidos individualmente para cada ensaio mecânico, uma vez que para cada tipo de ensaio mecânico (tração, compressão, dureza, torção, flexão, fluência, fadiga, impacto, dentre outros), existe uma norma técnica, como por exemplo as da *American Society for Testing and Materials* (ASTM) ou Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), que estabelece as funções para obtenção das propriedades mecânicas e que devem ser trabalhadas junto à lei de propagação de incertezas.

## AGRADECIMENTO

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

- BARSOUM, M. W. **Fundamentals of ceramic**. 1. ed. London: Institute of Physics Publishing, 2003. Chapter 11 – Mechanichal Properties: Fast Fracture.
- BECK, A. T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.
- BERGMAN, B. On the estimation of the weibull modulus. **Journal of Materials Science Letters**, Kluwer Academic Publishers Dordrecht, v. 3, n. 8, p. 689–692, 1984.
- Callister Jr, W. D.; RETHWISH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2020.
- CONFORTO, E. C.; AMARAL, D. C.; SILVA, S. L. **Roteiro para revisão bibliográfica sistemática: aplicação no desenvolvimento de produtos e gerenciamento de projetos**. 2011.
- DÍAZ, S. R. On the propagation of methodological uncertainties in depth sensing indentation data analysis: A brief and critical review. **Mechanics Research Communications**, Elsevier, v. 105, n. 1, p. 103516, 2020.
- DOWLING, N. E. **Comportamento mecânico dos materiais: análises de engenharia aplicadas a deformação, fratura e fadiga**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018.
- GARCIA, A.; SPIM, J. A.; SANTOS, C. A. **Ensaios dos materiais**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- GERE, J. M.; GOODNO, B. J. **Mecânica dos materiais**. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017.
- GONTARSKI, T. d. L.; LEAL, A. P.; CASALI, R. M.; BRAUN, S. E.; SOARES, P.; FUJARRA, A. L. C.; MIKOWSKI, A. Weightings on the propagation of errors in the vickers hardness parameters. **Brazilian Journal of Physics**, Springer, v. 52, n. 4, p. 107, 2022.
- GUO, J.-W.; YANG, L.; ZHOU, Y.-C.; HE, L.-M.; ZHU, W.; CAI, C.-Y.; LU, C.-S. Reliability assessment on interfacial failure of thermal barrier coatings. **Acta Mechanica Sinica**, Springer, v. 32, n. 5, p. 915–924, 2016.
- HOLANDA, B. E. B.; PINTO, M. F. L. do C.; RODRIGUES, F. S.; BANDEIRA, A. P. N. Avaliação da resistência à compressão simples de tijolos cerâmicos produzidos com resíduo de calcário laminado. **Conexões-Ciência e Tecnologia**, v. 16, n. 1, p. 022029, 2022.

- INMETRO. **Avaliação de dados de medição: Guia para a expressão da incerteza de medição – GUM 2008.** 2012.
- JCGM. **JCGM 100: Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement.** 2008.
- JOANNÈS, S.; ISLAM, F.; LAIARINANDRASANA, L. Uncertainty in fibre strength characterisation due to uncertainty in measurement and sampling randomness. **Applied Composite Materials**, Springer, v. 27, n. 3, p. 165–184, 2020.
- JOHNSON, G. C.; JONES, P. T.; HOWE, R. T. Materials characterization for mems: a comparison of uniaxial and bending tests. **Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering**, v. 3874, n. 1, p. 94–101, 1999.
- KHAYYAM, H.; NAEBE, M.; BAB-HADIASHAR, A.; JAMSHIDI, F.; LI, Q.; ATKISS, S.; BUCKMASTER, D.; FOX, B. Stochastic optimization models for energy management in carbonization process of carbon fiber production. **Applied energy**, Elsevier, v. 158, n. 1, p. 643–655, 2015.
- KRUPECHACKE, J. E. **Incerteza de medição da dureza e do modulo de elasticidade reduzido determinados por nanoindentacao instrumentada.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2014. 175 f.
- KU, H. H. et al. Notes on the use of propagation of error formulas. **Journal of Research of the National Bureau of Standards**, v. 70, n. 4, p. 263 – 273, 1966.
- LAI, Y.; LI, S.; QI, J.; GAO, Z.; CHANG, X. Strength distributions of warm frozen clay and its stochastic damage constitutive model. **Cold Regions Science and Technology**, Elsevier, v. 53, n. 2, p. 200–215, 2008.
- LI, D.-w.; HUANG, W.-q.; LIU, J.-x.; REN, P.-r.; ZUO, Z.-x.; ZHANG, L.-j. Study on scatter in mechanical properties of cylinder head with complex structure characters. **Engineering Failure Analysis**, Elsevier, v. 135, n. 1, p. 106114, 2022.
- LIZ, J. V. **Desenvolvimento e análise de modelos matemáticos de incerteza para propriedades mecânicas obtidas pelo ensaio de flexão em três pontos.** Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciências Mecânicas) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Florianópolis, 2023.
- MAHATO, K. K.; DUTTA, K.; RAY, B. C. Assessment of mechanical, thermal and morphological behavior of nano-al<sub>2</sub>o<sub>3</sub> embedded glass fiber/epoxy composites at in-situ elevated temperatures. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 166, n. 1, p. 688–700, 2019.
- Migliore Jr., A. R. **Modelos matemáticos para avaliação do comportamento termomecânico de materiais.** Tese (Doutorado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1992.
- MIKOWSKI, A.; CASALI, R. M.; SOARES, P.; SILVA, W. B. da; BARRA, B. S. Methodology for error propagation analysis of the complex stiffness modulus of asphalt mixes. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 290, n. 1, p. 123156, 2021.
- MIKOWSKI, A.; SERBENA, F.; FOERSTER, C.; LEPIENSKI, C. Statistical analysis of threshold load for radial crack nucleation by vickers indentation in commercial soda-lime silica glass. **Journal of non-crystalline solids**, Elsevier, v. 352, n. 32-35, p. 3544–3549, 2006.
- MIKOWSKI, A.; SERBENA, F. C.; FOERSTER, C. E.; JURELO, A. R.; LEPIENSKI, C. M. A method to measure fracture toughness using indentation in reba<sub>2</sub>cu<sub>3</sub>o<sub>7</sub>- $\delta$  superconductor single crystals. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 110, n. 10, p. 103504, 2011.
- MIKOWSKI, A.; SOARES, P.; WYPYCH, F.; LEPIENSKI, C. M. Fracture toughness, hardness, and elastic modulus of kyanite investigated by a depth-sensing indentation technique. **American mineralogist**, De Gruyter, v. 93, n. 5-6, p. 844–852, 2008.
- MOHAMMED, T. U.; DAS, H. K.; MAHMOOD, A. H.; RAHMAN, M. N.; AWAL, M. Flexural performance of rc beams made with recycled brick aggregate. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 134, n. 1, p. 67–74, 2017.
- PISKOUNOV, N. S. **Cálculo diferencial e integral.** 13. ed. Porto: Lopes da Silva, 1990.
- RAVANDI, M.; HAJIZADEH, P. Application of approximate bayesian computation for estimation of modified weibull distribution parameters for natural fiber strength with high uncertainty. **Journal of Materials Science**, Springer, v. 57, n. 4, p. 2731–2743, 2022.
- SCIELO. **Scientific Electronic Library Online.** 2023. Disponível em: <<https://search.scielo.org/?fb=&q=>

O USO DA LEI DE PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS E DA ESTATÍSTICA DE WEIBULL NO TRATAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS DE ENSAIOS MECÂNICOS: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

---

%28%28"error+propagation"+OR+"propagation+of+error"+OR+"propagation+of+uncertainty"+OR+"uncertainty"+OR+"propagacao+de+erros"+OR+"propagacao+de+incertezas"+OR+"incerteza"%29%29+AND+%28%28"Weibull+distribution"+OR+"Weibull+analysis"+OR+"Weibull+statistics"+OR+"distribuicao+de+Weibull"+OR+"análise+de+Weibull"+OR+"estatistica+de+Weibull"%29%29&lang=pt&where=&reset\_filters=ALL>. Acesso em: 16 de nov. 2023.

SCOPUS. Elsevier B.V. 2023. Disponível em: <<https://www.scopus.com>>. Acesso em: 05 mar. 2023.

SENNF, L.; NOVAIS, R.; CARVALHEIRAS, J.; LABRINCHA, J. Eco-friendly approach to enhance the mechanical performance of geopolymers foams: Using glass fibre waste coming from wind blade production. **Construction and building Materials**, Elsevier, v. 239, n. 1, p. 117805, 2020.

SHI, X.; JIANG, S.; LUO, S.; HE, Z.; LI, D.; WANG, Z. b, investigation of mechanical properties of bedded shale by nanoindentation tests: A case study on lower silurian longmaxi formation of youyang area in southeast chongqing. **China: Petroleum Exploration and Development**, v. 46, p. 163–172, 2019.

SOUZA, S. A. **Ensaios mecânicos de materiais metálicos: Fundamentos teóricos e práticos**. 1. ed. São Paulo: Editora Blucher, 1982.

SPINAK, E. Indicadores cienciométricos. **Ciência da informação**, SciELO Brasil, v. 27, n. 2, p. nd–nd, 1998.

SULLIVAN, J.; LAUZON, P. Experimental probability estimators for weibull plots. **Journal of Materials Science Letters**, Springer, v. 5, n. 12, p. 1245–1247, 1986.

VUOLO, J. H. **Fundamentos da teoria de erros**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1996.

WANG, X.; HUANG, Y.; GENG, L.; LI, M.; HAN, H.; LI, K.; XU, Q.; DING, Y.; ZHANG, T. Multiscale performance of composite modified cold patch asphalt mixture for pothole repair. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 371, n. 1, p. 130729, 2023.

WEIBULL, W. A statistical theory of the strength of materials. **Proc. Royal Academy Engrg Science**, v. 15, n. 1, p. 1, 1939.

WEIBULL, W. A statistical distribution function of wide applicability. **Journal of applied mechanics**, v. 18, n. 3, p. 293–297, 1951.

XIE, Q.; XIAO, J.; ZONG, Z. Strength and microstructure of seawater and sea sand mortar after exposure to elevated temperatures. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 322, n. 1, p. 126451, 2022.

ZANOTTO, E. D.; MIGLIORE, A. Propriedades mecânicas de materiais cerâmicos: uma introdução. **Cerâmica**, v. 37, n. 247, p. 7–16, 1991.

ZHANG, D.; LIU, E.; LIU, X.; ZHANG, G.; YIN, X.; SONG, B. et al. Investigation on the nonlinear strength properties and damage statistical constitutive model for frozen sandy soils. **Advances in Materials Science and Engineering**, Hindawi, v. 2018, n. 1, p. 1, 2018.