

## CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO NA PERSPECTIVA DO *LESSON STUDY*: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA

<sup>1</sup>MIKAELLE BARBOZA CARDOSO, <sup>2</sup>MARCILIA CHAGAS BARRETO, <sup>3</sup>JOSERLENE LIMA PINHEIRO

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), <sup>2</sup>Universidade Estadual do Ceará (UECE),

<sup>3</sup>Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)

<mikaelle.cardoso@ifce.edu.br>, <marcilia.barreto@uece.br>

<lenopinheiro@unilab.edu.br>

DOI: 10.21439/conexoes.v18i0.2853

**Resumo.** Este artigo analisa a literatura que discute os domínios do conhecimento matemático para o ensino, propostos por Ball, Thames e Phelps (2008), em articulação com a abordagem *Lesson Study* (LS). Dessa forma, objetivou-se analisar como o conhecimento matemático para o ensino se evidencia nas pesquisas científicas que utilizam os pressupostos do LS. Para isso, foi realizada uma Revisão Sistemática de Literatura, incluindo teses e dissertações brasileiras, além de artigos nacionais e internacionais acerca da temática. Foram pesquisados portais nacionais e internacionais renomados da área. Concluiu-se que as pesquisas analisadas dão indicativos de evolução e mobilização de todos os domínios do conhecimento matemático para o ensino, em articulação com a abordagem LS. Revelou-se, entretanto, que o conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino; conhecimento do conteúdo e do currículo, conhecimento especializado do conteúdo foram os mais evidenciados. Aqueles de menor destaque foram o conhecimento comum de conteúdo e o conhecimento do horizonte de conteúdo. Também foi possível perceber que, para cada etapa do ciclo de LS, esses conhecimentos foram mobilizados e articulados de forma variada, inclusive decorrente da natureza e opções do grupo que participa do ciclo. Por fim, ainda são escassas as pesquisas que realizam análises das atividades realizadas pelos professores no processo de LS e de que forma elas impactam na mobilização do conhecimento matemático para o ensino.

**Palavras-chave:** conhecimento matemático para o ensino; *lesson study*; estudos de aula; revisão sistemática de literatura.

## MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING FROM THE LESSON STUDY PERSPECTIVE: A SYSTEMATIC LITERATURE REVIEW

**Abstract.** This article analyzes the literature that discusses the domains of mathematical knowledge for teaching, proposed by Ball, Thames e Phelps (2008) in conjunction with the Lesson Study (LS) approach. Thus, the objective was to analyze how mathematical knowledge for teaching is evident in scientific research that uses the assumptions of LS. To this end, a Systematic Literature Review was carried out, including Brazilian theses and dissertations, as well as national and international articles on the topic. Renowned national and international portals in the area were researched. It was concluded that the research analyzed gives indications of evolution and mobilization of all domains of mathematical knowledge for teaching in conjunction with the LS approach. It was revealed, however, that knowledge of the content and students; knowledge of content and teaching; knowledge of the content and curriculum, specialized knowledge of the content were the most evident. Those of lesser importance were common content knowledge and knowledge of the content horizon. It was also possible to notice that for each stage of the LS cycle, this knowledge was mobilized and articulated in a variety of ways, including due to the nature and options of the group participating in the cycle. Finally, there is still little research that analyzes the activities carried out by teachers in the LS process and how they impact the mobilization of mathematical knowledge for teaching.

**Keywords:** mathematical knowledge for teaching; *lesson study*; class studies; systematic literature review.



## 1 INTRODUÇÃO

O conhecimento matemático, para o ensino, é uma concepção que tem como pressuposto a base de conhecimentos para o ensino, definida por Shulman (2014), que pode ser compreendida como um conjunto de conhecimentos categorizáveis inerentes aos processos de ensino e aprendizagem, necessários à prática docente<sup>1</sup>.

Esse conceito é elaborado a partir das críticas tecidas pelo autor, na década de 80, quando afirmou que a base de conhecimento para o ensino era, muitas vezes, “trivializado, suas complexidades [...] ignoradas e suas demandas, reduzidas”. Além disso, o autor acrescentou que “os próprios professores têm dificuldade para articular o que sabem e como o sabem” (Shulman, 2014, p. 203).

Dessa forma, os trabalhos de Shulman (2014) inauguram a base que busca responder ao que um professor necessita saber para ser professor e, a partir disso, construir ou reelaborar novos conhecimentos. Segundo Mizukami (2004, p. 38), “a base de conhecimento para o ensino consiste de um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições, que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e aprender”.

Os trabalhos de Shulman (2014) abordavam questões pouco discutidas nas pesquisas sobre o ensino e o conhecimento do professor, em especial nas áreas específicas, tais como: Matemática, Ciências, Literatura Inglesa e História. Seus sucessores reconhecem que o processo de ensinar e como ensinar foram temáticas abordadas nos projetos de pesquisa do autor, no qual foi possível perceber conhecimentos essenciais para o trabalho docente (Ball; Thames; Phelps, 2008).

É nessa perspectiva que surgem os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008), como forma de investigar e compreender os conhecimentos necessários aos professores de Matemática. Os esforços dos autores foram dirigidos a aprofundar os estudos acerca do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo, voltados à área de Matemática. Ball, Thames e Phelps (2008, p. 394, nossa tradução) partem dos seguintes questionamentos: “o que os professores precisam saber e ser capazes de fazer para ensinar de forma eficaz? Ou o que o ensino eficaz exige, em termos de compreensão de conteúdo?”. Vale destacar que os aspectos teóricos, desenvolvidos pelos autores, se ba-

seiam principalmente na análise da prática dos professores.

Além desses aspectos, iniciaram-se, nas duas últimas décadas, pesquisas que buscam articular a construção e a elaboração do conhecimento matemático para o ensino, vinculadas ao processo conhecido como *Lesson Study* (*LS*). Apesar de esse termo ter sido disseminado, mundialmente, a partir do trabalho “*The Teaching Gap*”, de Stigler e Hiebert (1999), também é conhecido como Estudos de Aula ou Estudos de Lição (Portugal); *Estudio de Clases* (Espanha); já no Brasil, algumas pesquisas usam o termo Pesquisa de Aula ou Estudos de Planejamento de Lições (Brasil); outras nações usam mais frequentemente a terminologia adotada em Portugal, ou, ainda, a utilizada nos EUA (Bezerra, 2017).

A abordagem *LS* se constitui de um processo que pode envolver a colaboração entre escolas, institutos e universidades, na qual os professores analisam, investigam e refletem a sua própria prática docente, tendo como um dos objetivos alcançar o desenvolvimento profissional visando às melhorias das aulas, em especial de Matemática e, consequentemente, à aprendizagem dos estudantes (Cardoso; Fialho; Barreto, 2023).

O *LS*, nas primeiras décadas do século XXI, está sendo pesquisado e desenvolvido em vários países, com algumas variações da abordagem para melhor adaptar-se ao contexto local, a depender do autor escolhido e da cultura educacional (Batista, 2017; Richit, 2021). De acordo com Bezerra (2017, p. 63), “a primeira delas está, sem dúvida, no apoio governamental, a segunda nos diferentes tipos de *Lesson Study* que temos e a terceira está na forma como os professores a concebem”.

Apesar das adaptações, alguns pontos convergem nas pesquisas desenvolvidas (em Portugal, Espanha, EUA, Japão e Brasil), como a formação de grupos colaborativos, o estudo e a análise do currículo, objetivos comuns a serem trabalhados durante os encontros, o planejamento conjunto da aula e “a implementação da aula lecionada por um professor pertencente ao grupo e a reflexão pós-aula” (Utimura, 2019, p. 39).

Essas ideias estão de acordo com o que afirmam Richit (2021, p. 1113), quando salientam que existe uma estrutura nuclear na essência entre os modelos de *LS*, quais sejam: “estudo curricular e planejamento de uma aula (aula de investigação), concretização da aula (complementada pela observação da equipe que participa do estudo da aula) e reflexão sobre essa aula (baseada nas notas produzidas na observação)”. Inclusive, essa estrutura nuclear pode ser observada no modelo proposto por Lewis, Perry e Hurd (2009), que, analisando a realidade norte-americana, propõe quatro etapas a serem realizadas durante o processo da *LS*, designadas por ci-

<sup>1</sup> Esses conhecimentos, foram classificados por Shulman (2014) em sete categorias: conhecimento pedagógico geral; conhecimento dos alunos e suas características; conhecimento dos contextos educacionais; conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais, e seus fundamentos filosóficos e históricos; conhecimento de conteúdo; conhecimento curricular; conhecimento pedagógico do conteúdo.

clos: I) investigação, II) planejamento, III) execução da aula de pesquisa e IV) reflexão.

Na investigação, faz-se necessário considerar as características dos alunos, observando as metas para o aprendizado e desenvolvimento desses estudantes. Além disso, é importante estudar o conteúdo a ser ministrado consoante aos currículos existentes, bem como os padrões e trajetórias de aprendizagens. O planejamento é o momento no qual se desenvolvem e se selecionam as tarefas a serem realizadas com os estudantes, preveem e/ou antecipam soluções dos alunos. A execução da aula de pesquisa consiste na condução da aula propriamente dita, quando os membros da equipe observam e coletam dados durante esse momento. Por fim, a reflexão que ocorre predominantemente após a aula, consiste na ocasião em que os pares compartilham e discutem os dados coletados, realizam um resumo do que foi aprendido com o ciclo, podendo promover o redesenho das aulas ministradas (Cardoso; Barreto, 2023).

Diante do exposto, o presente artigo tem como questão central compreender como o conhecimento matemático para o ensino se evidencia nas pesquisas científicas que utilizam os pressupostos do *LS*. A partir dessa inquietação, elaborou-se o objetivo central desta pesquisa: analisar como o conhecimento matemático para o ensino se evidencia nas pesquisas científicas que utilizam os pressupostos do *LS*.

A relevância dessa pesquisa não está somente em compreender os elementos de articulação entre o conhecimento matemático para o ensino e o *LS*, evidenciados nas pesquisas científicas, mas também em entender os avanços dos trabalhos voltados para a formação de professores de Matemática e as possíveis contribuições para o campo de estudo da Educação Matemática, em termos nacionais e internacionais.

## 2 Conhecimento matemático para o ensino: definições e concepção

Pode-se definir o conhecimento matemático para o ensino como sendo o “conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar matemática”. Nessa perspectiva, o ensino é compreendido como “tudo o que os professores devem fazer para apoiar a aprendizagem de seus alunos” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 395, tradução nossa). Essa afirmação pode ser entendida como as atividades que os professores desempenham para ministrar suas aulas, entre elas, o planejamento das aulas, avaliação dos alunos, a elaboração de tais avaliações, a comunicação sobre as atividades realizadas pelos alunos para os pais, entre outras atividades fundamentais envolvidas no ensino.

Os autores realizaram estudos, nos últimos 15 anos,

voltados para a disciplina de Matemática, no que diz respeito aos processos de formação dos professores. Os projetos intitulados Ensinar e Aprender a Ensinar Matemática e o projeto Aprender Matemática para Ensinar serviram de base para a compreensão e aprofundamento dos autores acerca dos conceitos de: i) conhecimento do conteúdo; e ii) conhecimento pedagógico do conteúdo.

O conhecimento do conteúdo refere-se aos conhecimentos que se relacionam com os conhecimentos específicos de cada área, em especial aos conhecimentos matemáticos, seus conceitos, propriedades, procedimentos de cálculos, axiomas, além de como esses conhecimentos podem se articular aos processos de ensino e aprendizagem matemática. Alguns conhecimentos matemáticos são de natureza comum e podem ser mobilizados por várias pessoas em situações diversificadas; outros são de natureza específica e especializada e dizem respeito ao profissional da área, ou seja, o professor de Matemática.

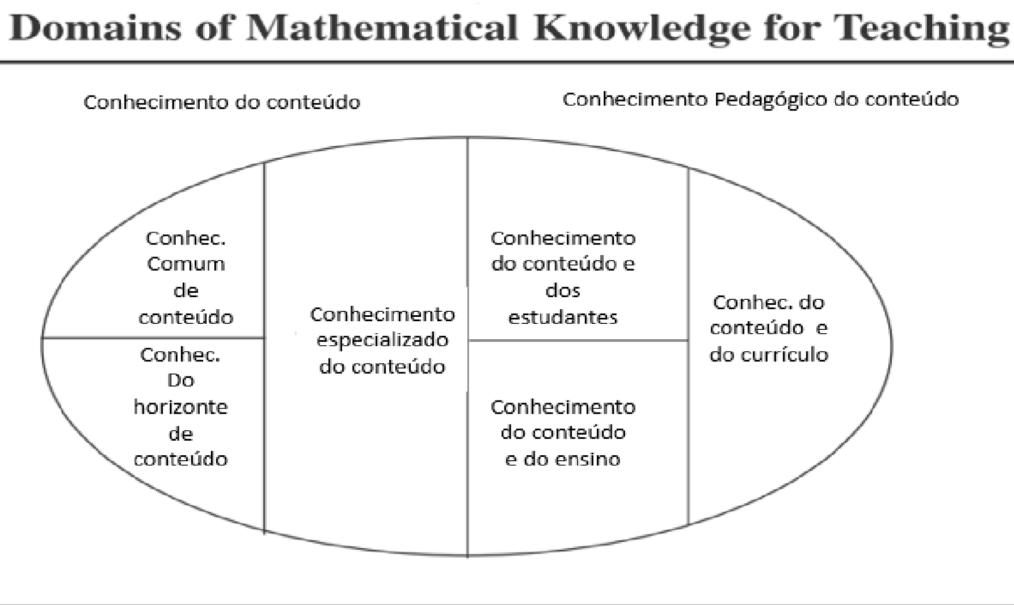
Já o conhecimento pedagógico do conteúdo se articula com as estratégias que os professores utilizam para torná-lo compreensível para os estudantes, sendo este considerado pelos autores como essencial e influente nas atividades pedagógicas dos professores. Nesse, em particular, os autores ressaltam ser importante os docentes reconhecerem as representações e concepções dos estudantes no que se refere aos equívocos apresentados por eles Ball, Thames e Phelps (2008).

Os autores definiram categorias mais específicas em relação aos domínios do conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo, conforme figura 1 a seguir.

O *common content knowledge* (CCK), ou conhecimento comum do conteúdo, é a capacidade do uso do conhecimento matemático que pode não estar atrelado necessariamente ao ensino e que pode ser usado em uma ampla variedade de situações e configurações. Perguntas como “0 é um número par?” ou “O número 8 pode ser escrito como 008?” são consideradas conhecimento comum do conteúdo, tendo em vista não serem exclusivas dos professores.

Em contrapartida, *specialized content knowledge* (SCK), conhecimento especializado do conteúdo, é um conhecimento voltado exclusivamente para o ensino. Esse domínio requer conhecimento além daquele que está sendo ensinado aos alunos. Alguns exemplos de tarefas matemáticas de ensino são explicitadas pelos autores, tais como: apresentar ideias matemáticas aos alunos, responder aos “porquês” dos estudantes, ligar representações às ideias subjacentes e a outras representações, conectar tópico que está sendo ensinado a tó-

Figura 1: Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 403)

picos de anos anteriores, avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos, escolher e desenvolver definições aplicáveis, usar notações matemáticas e linguagem, realizar perguntas matemáticas produtivas, selecionar representações para propósitos específicos.

Um ponto central da atividade do professor que difere das demais atividades profissionais é que o docente precisa explicar os porquês dos conceitos que pretende ensinar. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), reconhecer uma resposta errada na resolução de um problema pode ser considerado um conhecimento comum de conteúdo; já avaliar a natureza e os tipos de erros requer geralmente conhecimento especializado de conteúdo, pois envolve conhecimentos sobre o pensamento do aluno acerca de números, organização e atenção aos padrões das respostas, além do significado das diversas formas de pensamentos estabelecidos pelos estudantes.

O *horizon content knowledge* (Ball, 1993) – conhecimento do horizonte de conteúdo – envolve a consciência, por parte do professor, da distribuição dos conteúdos matemáticos ao longo dos anos escolares. Envolve ainda o conhecimento acerca de como esses conteúdos podem estar relacionados em cada um desses anos. Em outras palavras, um mesmo conteúdo pode ser abordado de diferentes formas aos longos dos anos da Educação Básica, devendo esta abordagem ser apropriada e compatível com as habilidades pretendidas a cada ano desse nível de ensino.

O *knowledge of content and students* (KCS) – co-

nhecimento do conteúdo e dos estudantes – refere-se à articulação entre o que o professor comprehende do conhecimento dos estudantes e o conhecimento matemático. Assim, ao realizar atividades de resolução de problemas, por exemplo, o professor deverá entender os tipos de resoluções que podem emergir das respostas dos alunos, bem como os possíveis equívocos e, além disso, compreender esses erros e desenvolver estratégias e metodologias de ensino eficazes para que ocorra a ultrapassagem dessas barreiras de aprendizagem, tornando-se, assim, essa atividade essencial para a atividade docente.

O *knowledge of content and teaching* (KCT), ou conhecimento de conteúdo e de ensino, diz respeito às diversas atividades realizadas pelos professores que “requerem uma interação entre a compreensão matemática específica e a compreensão das questões pedagógicas que afetam o aprendizado do aluno” (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 401, nossa tradução.) Nesse domínio, os professores, por exemplo, consideram um conteúdo, suas habilidades articuladas, os procedimentos matemáticos envolvidos, e tomam as decisões referentes ao seu planejamento, levando em consideração a sequência que esse conteúdo deve ter, que tipos de problemas e os níveis que estes devem assumir, além das representações que serão abordadas, quais discussões podem ser levantadas e os objetivos de cada uma delas, quais perguntas podem ser realizadas para levantar análises matemáticas, entre outras atividades. Outro exemplo é o conhecimento do professor referente aos

diferentes modelos de sistemas de numeração e como o valor posicional pode influenciar seus algoritmos e suas operações. “Saber como essas diferenças importam para o desenvolvimento do tema faz parte do que chamamos de conhecimento de conteúdo e de ensino” (Ball; Thame; Phelps, 2008, p. 402, nossa tradução.)

Por fim, o *knowledge of content and curriculum*<sup>2</sup>, ou conhecimento do conteúdo e do currículo, refere-se ao domínio acerca do conjunto de orientações, diretrizes, enfim, documentos oficiais que compõe uma base normativa e que devem ser eixos norteadores dos materiais educacionais, currículos escolares, livros didáticos e, consequentemente, têm influência na prática docente e no planejamento do professor de matemática.

Os autores chamam à atenção para o fato de as categorias propostas não serem estáticas, com seus pontos de similaridade e distanciamento, fazendo com que nem sempre seja fácil diferenciar as categorias entre si. Por exemplo, para investigar a compreensão dos estudantes sobre números decimais, os professores podem selecionar problemas sobre esse conteúdo e, nessa atividade, os domínios de conhecimento podem apresentar diferenças sutis.

Os autores afirmam, ainda, que os professores devem conhecer a disciplina que ensinam, pois, para eles esta característica é uma competência fundamental do professor. Entretanto, não basta apenas conhecer, é necessário também saber ensinar. Ball, Thame e Phelps (2008, p. 405, tradução nossa.) acreditam na importância de aprofundar os estudos sobre os domínios do conhecimento matemático para o ensino, como forma de ter implicações significativas “para a compreensão do ensino e para melhorar a preparação do conteúdo dos professores”.

### 3 Procedimentos metodológicos

Trata-se de um estudo do tipo Revisão Sistemática de Literatura, pautado no levantamento de conhecimentos específicos de uma área temática. A pesquisa segue os pressupostos metodológicos de Briner e Denyer (2012a, p. 112, tradução nossa), pois os autores consideram a necessidade de abordar “uma questão específica, utilizam métodos explícitos e transparentes para realizar uma pesquisa bibliográfica completa e avaliação crítica dos estudos individuais”.

O termo “sistemático” se refere a um método apropriado utilizado pelos pesquisadores, mas não necessariamente padronizado ou rígido; em outras palavras, é aplicado o nível de rigor utilizado em qualquer tipo de

pesquisa primária, sendo comunicada e conduzida de forma clara e detalhada (Briner; Denyer, 2012a).

Segundo os autores, a revisão sistemática de literatura deve aderir a um conjunto de princípios fundamentais na sua composição, entre eles: ser sistemática e organizada (a revisão deve ser objetiva e projetada na pergunta que se quer responder); transparente e explícita (todo método utilizado deve ser descrito de forma clara); replicável e atualizável (as técnicas utilizadas durante a revisão devem ser explícitas de tal modo que, caso um pesquisador quiser refazê-la ou modificá-la, é possível repetir utilizando a pesquisa em questão); sintética e resumida (os dados devem ser reunidos de forma estruturada e organizados de tal modo a resumir as evidências relacionadas à revisão).

As etapas ressaltadas pelos autores são: (1) planejar a revisão; (2) localizar os estudos, (3) avaliar as contribuições, (4) analisar e sintetizar informações e (5) relatar as melhores evidências. Dessa forma, diante dessas etapas, busca-se responder à seguinte questão: como e em que condições os domínios do conhecimento matemático para o ensino se evidenciam nas pesquisas científicas que utilizam os pressupostos do *LS*?

Na primeira etapa – planejar a revisão – foram estabelecidos os seguintes critérios de inclusão: trabalhos que têm como foco a formação continuada de professores de matemática e utilizam nas suas análises o conhecimento matemático para o ensino, propostos por Ball, Thame e Phelps (2008); como tipo de recurso, foram delimitadas as teses e dissertações brasileiras, além de artigos científicos nacionais e internacionais; os locais de busca foram os portais Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, Portal de Periódico da CAPES e o *Education Resources Information Center*. Os idiomas selecionados foram português e inglês; os descriptores utilizados para consulta dos trabalhos na língua portuguesa foram: *lesson study*, estudos de aula, estudo de aula, pesquisa de aula, planejamento de lições, conhecimento matemático; os descriptores utilizados para consulta dos trabalhos na língua inglesa foram: *lesson study* e *mathematical knowledge*. Para a busca, utilizaram-se operadores booleanos (AND /E), e aspas como recursos adicionais para a pesquisa. Foram definidos, ainda, como critérios de inclusão a disponibilidade do artigo para *download* de forma gratuita e o fato de serem artigos científicos revisados por pares, publicados no período de 2012 a 2022. Definiram-se os critérios de leitura: compatibilidade entre os títulos, resumos e palavras-chave com a questão de pesquisa. Previu-se que, quando não fosse possível a seleção dos trabalhos por meio desses critérios, seria realizada a leitura do trabalho na íntegra.

<sup>2</sup>Nesse conhecimento não existe a sigla definida pelos autores no esquema da figura 1

Como critérios de exclusão, foram estabelecidos: trabalhos cujo foco é a formação inicial de professores de matemática; textos que não utilizam os pressupostos de conhecimento matemático (Ball; Thame; Phelps, 2008) e do *lesson study*; trabalhos publicados antes de 2012; textos não disponíveis gratuitamente para *download*.

A segunda etapa – localizar os estudos – foi realizada no dia 31 de março de 2022. Iniciou-se a pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Esse portal possui acervo reconhecido, nacionalmente, de teses e dissertações pelos programas de instituições de nível superior brasileiro. Além disso, é considerado um importante apoio de divulgação científica do país. Neste portal, foi inserido o descriptor “conhecimento matemático”, combinado com os descritores “*lesson study*” e “estudos de aula”, obtendo-se, no total, oito trabalhos, sendo duas pesquisas selecionadas após realizar os refinamentos propostos no planejamento: Rodrigues (2021) e Araujo (2018). Os demais trabalhos foram excluídos, pois não abordavam o conhecimento matemático para o ensino, proposto por Ball, Thame e Phelps (2008).

Ademais, devido à baixa quantidade de trabalhos encontrados, optou-se por ampliar as buscas nesse portal de pesquisa, tendo em vista a necessidade de compreender e aprofundar a temática em âmbito nacional. Dessa forma, foram inseridos os seguintes descritores de forma unitária no portal: “*lesson study*”; “estudos de aula” e “estudo de aula”, obtendo-se, no total, 66 trabalhos. Desses, apenas 3 foram selecionados conforme o objetivo pretendido (Utimura, 2019; Martins, 2020; Merichelli, 2018); os demais não foram selecionados devido aos critérios de exclusão estabelecidos.

Na busca por artigos científicos, considerou-se o Portal de Periódico da Capes e o Portal *Education Resources Information Center* (ERIC). Esses portais foram escolhidos por serem considerados como referência nacional e internacional e possuírem pesquisas acadêmicas e científicas consolidadas, além de reunirem diversas bases de dados nos seus sistemas. Também possuem o refinamento de trabalhos revisados por pares, *link* de acesso para *download* e escolha por idiomas. Foram utilizados os descritores: “conhecimento matemático”; “*lesson study*”; “estudos de aula” e “*mathematical knowledge*”.

No Portal de Periódico da Capes, foram encontrados 237 resultados dessas três pesquisas, e foram selecionados conforme critérios estabelecidos (Shuilleabhain; Others, 2015; Jita; Ige, 2019). A pesquisa ocorreu no dia 01/04/2022. Entre os refinamentos, o que causou

maior impacto sobre a redução da quantidade de trabalhos foi a exigência de “artigos revisados por pares”. Esse aspecto confere aos artigos científicos caráter de competência, significância e originalidade, submetidos à avaliação de especialistas da área.

Ao executar o critério de leitura, não se localizaram, também, artigos científicos na língua portuguesa que atendessem aos critérios de inclusão. Além disso, embora o Portal de Periódicos da CAPES tenha apresentado artigos em língua inglesa, fez-se consulta no portal *Education Resources Information Center* (ERIC) para ampliar a captação de obras internacionais. Com a consulta, obteve-se 19 pesquisas e, após o refinamento, duas foram selecionadas e incluídas para análise (Yenmez *et al.*, 2017). Outro dado confirmado é a inexistência de artigos científicos na língua portuguesa que abordem o *LS* e o conhecimento matemático para o ensino até a presente data, de acordo com os portais pesquisados.

Concluiu-se a localização de estudos com 2 dissertações, 3 teses e 5 artigos científicos. Dessa forma, dando prosseguimento às etapas de Briner e Denyer (2012b) – (3) avaliar as contribuições, (4) analisar e sintetizar informações e (5) relatar as melhores evidências - foram realizados fichamentos de cada pesquisa como forma de evidenciar o conhecimento matemático para o ensino de professores de Matemática, articulados com o *LS*.

## 4 Resultados e Discussão

A análise das pesquisas foi organizada observando os dois domínios do conhecimento matemático para o ensino: os conhecimentos pedagógicos de conteúdo e os conhecimentos do conteúdo (Ball; Thame; Phelps, 2008). Para a primeira categoria, foram analisados os trabalhos de Foster, Wake; Swan (2014); Shuilleabhain e Others (2015), Yenmez *et al.* (2017), Merichelli (2018), Utimura (2019), Jita e Ige (2019), Martins (2020) e Rodrigues (2021); Já para a segunda categoria, analisaram-se as obras: Araujo (2018), Merichelli (2018) e Martins (2020)

### 4.1 Domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo

Nesse domínio, destacam-se 3 subdomínios: conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino; conhecimento do conteúdo e do currículo.

Em relação ao primeiro subdomínio, conhecimento do conteúdo e dos estudantes, Utimura (2019, p. 158) ressalta que as professoras participantes da sua pesquisa, por meio da abordagem de *LS*, “revelaram mais

conhecimentos de seus alunos e de suas aprendizagens ao manifestarem-se sobre os conhecimentos prévios dos alunos sobre um determinado assunto, as possíveis estratégias que usariam, as atividades nas quais teriam mais dificuldades e os materiais manipuláveis que poderiam ajudá-los”.

Segundo Martins (2020) e Rodrigues (2021), esse conhecimento é observado na etapa de planejamento, na qual os professores conseguiram prever possíveis conflitos ou dúvidas dos estudantes em relação ao conteúdo e nas tarefas matemáticas propostas. “Todos os professores manifestaram ter conhecimentos primordiais para sugerir a organização da turma, no sentido de conhecer bem os aspectos que os encorajam” (Martins, 2020, p. 167).

Entretanto, Merichelli (2018, p. 132) apontou dificuldades enfrentadas pelas professoras participantes da sua pesquisa que ensinavam Matemática no 3º ano do Ensino Fundamental. Segundo o autor, as docentes “não tinham a dimensão das dificuldades de seus alunos, de seus conhecimentos prévios ou de suas necessidades. Não conseguiram prever os erros que eles cometiam nem os momentos em que elas teriam que intervir”.

No segundo subdomínio, o conhecimento do conteúdo e do ensino, Martins (2020) salienta a importância da etapa de planejamento para a mobilização desse conhecimento. Segundo a autora, nessa etapa, o “grupo de professores identificou os diferentes procedimentos envolvidos nas atividades” (Martins, 2020, p. 169). Corroborando com essas ideias, Rodrigues (2021) salienta que os professores analisaram problemas matemáticos e trabalharam com os tipos de erros e acertos que os alunos poderiam produzir, sendo o conhecimento do conteúdo e de ensino um dos conhecimentos mais evidenciados na etapa de planejamento e desenvolvimento das aulas planejadas.

Para Martins (2020), na etapa de desenvolvimento das aulas e observações, foi possível perceber as dificuldades dos professores em relação à mobilização do conhecimento do conteúdo e de ensino, seus dados relevaram que, muitas vezes, os professores não têm consciência dos conhecimentos do conteúdo e de como articular esse conhecimento com o seu ensino.

Corroborando com a discussão, um aspecto importante a ser considerado no que se refere aos dois primeiros subdomínios, conhecimento do conteúdo e dos estudantes e conhecimento do conteúdo e do ensino, são as possíveis articulações observadas nos trabalhos de Shuilleabhain e Others (2015). A autora investigou o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) de 12 professoras de duas escolas pós-

primárias islandesas, ao longo de sucessivos ciclos de LS. Essa investigação foi realizada em dois locais diferentes, ao longo de um ano letivo (2012-2013), sendo considerada pela autora como um estudo de caso comparativo, totalizando 38 horas e 17 minutos de gravação.

Seus dados indicaram a mobilização do conhecimento matemático para o ensino. Ao longo do processo e de sucessivos ciclos, a participação dos professores tornou-se cada vez mais frequente, revelando aumento do conhecimento do conteúdo e dos estudantes e do conhecimento de conteúdo e de ensino. A autora elaborou síntese dos conhecimentos mobilizados em cada etapa do LS, conforme quadro a seguir:

O quadro 1 é relevante, pois indica as ações específicas realizadas pelos professores nas etapas de planejamento das aulas e reflexões pós-aulas. Dessa forma, é possível inferir a contribuição do LS para a mobilização de conhecimentos do conteúdo e dos estudantes e conhecimento de conteúdo e de ensino pelos professores.

Além disso, os gráficos quantitativos produzidos por Shuilleabhain e Others (2015) também relevaram aumento considerável (evolução crescente cronológica) desses conhecimentos, à medida que os professores participavam dos ciclos propostos, em especial do planejamento e reflexões pós-aulas. Segundo a autora,

Ao longo de cada ciclo sucessivo, os professores começaram a ensinar com mais frequência, antecipar, observar e refletir sobre as estratégias matemáticas dos alunos (KCS), desenvolver explicitamente sequências de aprendizagens para os alunos (KCT) e desenvolver conteúdo contextualizado relacionado ao conhecimento prévio dos alunos (KCS e KCT) (Shuilleabhain; Others, 2015, p. 223, tradução nossa).

Seus estudos indicaram que os professores compreenderam o LS como um modelo que beneficia a prática docente, favorecendo a colaboração entre os professores. Além disso, foi fundamental o apoio da direção da escola, a qual favoreceu que os professores continuassem com a formação no ano subsequente.

A autora sugere um quadro teórico, no qual é possível observar indícios de desenvolvimento do conhecimento do conteúdo e dos estudantes e conhecimento do conteúdo e do ensino, articulados entre si, observado nas falas dos professores ao longo dos ciclos, conforme figura a seguir.

A autora coloca que esse modelo necessita ainda de mais desenvolvimentos e mais refinamento, deixando-o como perspectivas para novas pesquisas. Seus estudos indicam que esses conhecimentos possuem articulação e podem ser observados nas diversas etapas do LS.

No terceiro subdomínio, que se refere aos conhecimentos do conteúdo e do currículo, Foster, Wake e Swan (2014, p. 103, tradução nossa) salientam que

Quadro 1: KCS e KCT presentes no *Lesson Study*

Fases do ciclo do Lesson Study	KCS – Conhecimento do conteúdo e dos estudantes	KCT- Conhecimento de conteúdo e de ensino
Planejamento	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Antecipar o que os alunos provavelmente pensarão, o que eles acharão confuso;</li> <li>-Identificar concepções e equívocos comuns aos alunos;</li> <li>-Identificar e incorporar o conhecimento prévio dos alunos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Sequenciar conteúdo para instrução em aula de pesquisa e como uma série de aulas;</li> <li>-Identificar a linguagem que pode ajudar ou confundir os alunos no ensino de uma ideia específica;</li> <li>-Selecionar ou desenvolver exemplos e atividades com intenção pedagogicamente estratégica.</li> </ul>
Reflexão	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Observar e interpretar o pensamento emergente e incompleto dos alunos, conforme expresso nas aulas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Avaliar vantagens e desvantagens instrucionais de representações ou modelos usados para ensinar uma ideia específica</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Shuilleabhain e Others (2015, p. 2018, tradução nossa ).

parte da “ideia de projetar uma sequência de lições para desenvolver um único processo, como a comunicação, representa um certo tipo de KPC , assim como a escolha de tarefas que oferecem oportunidades adequadas para o aprendizado de processos específicos”.

Merichelli (2018) aponta as dificuldades das professoras participantes da sua pesquisa em relacionar objetivos de aprendizagens e eixos curriculares nas atividades propostas. Esse conhecimento também foi percebido em poucas ocasiões, de acordo com os dados coletados pelo autor. Além disso, segundo Merichelli (2018, p. 156), “quando o professor desconhece o conteúdo da atividade, ele trabalha no modo de reprodução, isto é, ele repete exatamente as instruções que estão no livro do professor, sem reflexão”

Estas dificuldades e inseguranças relatadas pelo autor, na realização das atividades propostas pelas professoras, podem estar atreladas à carência quanto ao conhecimento do conteúdo e do currículo, sendo necessário lançar um olhar, segundo o autor, para esse aspecto nos programas de formação inicial e continuada de professores para os anos iniciais (Merichelli, 2018).

Para Martins (2020), no início do processo de *LS*, foi possível perceber que os professores ainda não haviam se apropriado do currículo e dos documentos norteadores. Além disso, possuíam lacunas nos conhecimentos das concepções de currículo, e não compreendiam a organização e o significado dos tópicos envolvidos. Esse quadro foi sendo revertido “a partir das ações de formação e, à medida que o projeto avançava, os dados da pesquisa mostravam um progresso no conhecimento dos professores sobre as concepções que embasam os documentos curriculares” (Martins, 2020, p. 173). Segundo

a autora, “a fase do planejamento permitiu um aprofundamento na discussão do Currículo e do documento de Orientações Didáticas, para que os professores pudessem explorar com mais profundidade os elementos constitutivos do Currículo” (Martins, 2020, p. 174).

Yenmez *et al.* (2017) não realizaram distinção clara dos subdomínios trabalhados em sua pesquisa, mas abordaram a questão de forma ampla, investigando como o conhecimento pedagógico dos professores pode ser desenvolvido utilizando a abordagem *LS*. Seus estudos indicaram, no decorrer do ciclo, que os professores desenvolveram habilidade e estratégias no trabalho com a Modelagem Matemática – MEA perceberam também que o trabalho discente em pequenos grupos (de 3 a 4 alunos, no máximo) se mostrou positivo nas aulas. Outro ponto importante foram as diversas estratégias de resolução do problema, desenvolvidas pelos professores.

Além disso, as atividades desenvolvidas no processo formativo forneceram elementos importantes para os professores, tais como:

- (i) formar e desenvolver estratégias alternativas de ensino, criando uma estrutura para planejar, executar, refletir através da integração de seus conhecimentos e experiências;
- (ii) envolver-se em vários ciclos de teste e revisão dessas formas de pensar em contextos específicos para objetivos específicos e compartilhar suas ideias com colegas para replicação e reutilização em vários contextos de problemas;
- (iii) implementar um amplo espectro de MEAs abrangendo diversos tópicos, contextos e níveis cognitivos em suas aulas;
- (iv) ouvir e discutir as formas de pensar dos alunos e compreender as questões emergentes dos alunos (Yenmez *et al.*, 2017, p. 327, tradução nossa).

Na visão dos autores, esses elementos foram essen-

Figura 2: Recursos do KCS e KCT desenvolvidos em ciclos interativos do LS



Fonte: (Shuilleabhain; Others, 2015, p. 2737).

ciais para o desenvolvimento do conhecimento pedagógico dos professores, além de apontarem para algumas orientações importantes que podem ser utilizadas nas práticas docentes: os professores devem fundamentar suas decisões utilizando os fundamentos das diversas abordagens metodológicas. Outrossim, essas escolhas devem fazer com que as atividades envolvam os alunos na expressão de seu próprio pensamento. Os autores finalizam argumentando a importância de promover ambientes de aprendizagens, em articulação com as diversas estratégias pedagógicas, a fim de desenvolverem as habilidades necessárias, em especial com a modelagem matemática.

Jita e Ige (2019) também apresentam dados, de maneira geral, sem especificar os subdomínios em sua pesquisa. Os autores realizaram uma pesquisa com 125 professores, em escolas públicas sul-africanas (África do Sul) de localidade rural e urbana, por meio de um programa denominado Programa de Intervenção de Aprendizagem Curta (*Short Learning Intervention Programme – SLIP*), como forma de melhorar o conhecimento matemático para o ensino, no que se refere ao conteúdo de probabilidade/razão e proporção.

Seus estudos apontam que os professores mudaram a concepção de um planejamento de aula mais individual para um planejamento colaborativo e que o trabalho colaborativo contribui para a discussão da prática docente entre os pares, associando às questões locais. As atividades nas quais o aluno realiza ações (ativida-

des de ação) permitiram que os alunos compreendessem mais o conceito de probabilidade como, por exemplo, ao lançarem moedas e registarem os resultados em tabelas. O momento reflexão pós-observação foi apontado como um desenvolver de capacidades nos professores para a tomada de decisões inteligentes, enquanto forma de atingir objetivos educacionais, além das escolhas de materiais instrucionais.

De acordo com os autores, os programas de formação que almejam desenvolver conhecimentos inerentes à prática docente nas aulas de matemática devem observar três fatores: “1. O uso de materiais didáticos essenciais para o domínio dos conceitos matemáticos ensinados. 2. Uso de tempo de instrução suficiente para ensinar os conceitos matemáticos. 3. Agrupamento de alunos em uma sala de aula lotada” (Jita; Ige, 2019, p. 718, tradução nossa). Por fim, os autores sugerem que novas pesquisas sejam realizadas na busca por fatores educacionais relacionados sobre a temática em todo mundo, tendo em vista que a pesquisa possui limitação geográfica vinculada apenas à África do Sul.

#### 4.2 Domínio do conhecimento do conteúdo

Nesse domínio, destacam-se também 3 subdomínios: conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do horizonte de conteúdo.

No que se refere ao subdomínio – conhecimento comum do conteúdo – Merichelli (2018) e Martins (2020)

perceberam que os professores possuíam conhecimento comum suficiente relativo às atividades realizadas nos eixos de conteúdos envolvidos. Esse conhecimento foi pouco abordado pelas pesquisas analisadas.

Em relação ao conhecimento especializado do conteúdo, os autores salientam que os professores apresentam dificuldades e fragilidades conceituais dos conteúdos matemáticos envolvidos, além de dificuldades em reconhecer os conhecimentos prévios dos estudantes para o desenvolvimento de atividades. De acordo com (Merichelli, 2018, p. 132), “o conhecimento especializado do conteúdo se revelou uma parte mais frágil”, tendo em vista que as professoras não conseguiram discutir sobre eventuais dúvidas que os alunos poderiam apresentar ou quais tipos de avaliações poderiam ser utilizadas.

Dessa forma, “a falta do conhecimento especializado do conteúdo dificulta o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo” (Merichelli, 2018, p. 161), salientando, assim, uma articulação importante entre esse subdomínio do conhecimento e os aspectos inerentes ao domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo. Além disso, o conhecimento especializado do conteúdo pode ser observado de forma mais explícita no planejamento coletivo (Merichelli, 2018).

Nesse subdomínio do conhecimento, destaca-se o trabalho de Araujo (2018), que aborda o conhecimento especializado de duas professoras de Matemática acerca do conteúdo de função, no contexto de uma experiência prévia do *LS*. O autor utiliza o modelo *mathematics teachers' specialized knowledge* – MTSK, apresentado por Carrillo *et al.* (2013). Considerou-se a seleção deste trabalho pelo fato desse autor tomar como referência os modelos propostos por Shulman (1986) e Ball, Thamés e Phelps (2008). “O modelo MTSK não tem o intuito de limitar ou meramente avaliar o conhecimento do professor, mas de permitir que ele possa desenvolver e potencializar tanto seu conhecimento quanto a sua aprendizagem” (Araujo, 2018, p. 41).

O autor salienta que, por meio do processo prévio de *LS*, as docentes mobilizaram conhecimentos especializados sobre o conteúdo de função e realizaram definições desse conteúdo e suas características. Além disso, conseguiram articular conexões auxiliares, utilizaram-se de diversos símbolos e da linguagem formal da Matemática, por meio do uso de registros de representações, obtiveram êxitos nos procedimentos e reconheceram propriedades e fundamentos. As docentes, ainda, conseguiram conexões de simplificações e de complexidade, ao relacionar o conteúdo de função com outros tópicos da Matemática, bem como relacionaram a con-

teúdos recorrentes e subsequentes.

Em relação ao terceiro subdomínio – conhecimento do horizonte de conteúdo – Martins (2020) salienta que apesar de não ter sido foco ou intenção desenvolvê-lo ao longo da formação, foi observado em algumas falas de professores nos conteúdos propostos, mesmo que ainda de forma incipiente. Nessa mesma perspectiva, na pesquisa de Rodrigues (2021), foi possível perceber esse conhecimento quando a professora conseguiu compreender a noção de conectar ideias no conteúdo proposto para o desenvolvimento de novos significados matemáticos.

## 5 Considerações finais

Conclui-se que as pesquisas nacionais e internacionais analisadas dão indicativos de evolução e/ou mobilização de todos os domínios do conhecimento matemático para o ensino propostos por Ball, Thamés e Phelps (2008), alguns em maior e outros em menor escala. Outro aspecto destacado na análise pelas pesquisas foi a articulação que esses conhecimentos estabelecem entre si e que, muitas vezes, são mobilizados de forma simultânea, não se constituindo dessa forma como uma mobilização linear.

Os domínios mais evidenciados pelas pesquisas foram: conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino; conhecimento do conteúdo e do currículo e conhecimento especializado do conteúdo. Também foi possível perceber que, para cada etapa do ciclo de *LS*, esses conhecimentos podem ser mobilizados e articulados de forma variada.

Os conhecimentos que foram menos abordados nas pesquisas foram o conhecimento comum de conteúdo e o conhecimento do horizonte de conteúdo, quer seja por não ter sido o foco principal das pesquisas ou porque suas evidências no processo de *LS* foram pouco trabalhadas ou ainda pela dificuldade desses aspectos serem mobilizados.

Existem, ainda, dificuldades dos pesquisadores em analisar o conhecimento matemático para o ensino, durante o processo de *Lesson Study*. Ressalta-se, também, que cada um desses conhecimentos é mobilizado pelos professores no aspecto coletivo e individual. Assim, essas dificuldades podem estar atreladas ao fato de os conhecimentos possuírem articulação entre si e serem mobilizados simultaneamente ao longo do processo, sendo ainda escassas as pesquisas que realizam as análises entre as atividades realizadas pelos professores, a forma como essas atividades mobilizam os domínios do conhecimento matemático para o ensino e a evolução desses conhecimentos apresentada pelos professores, durante e pós-processo de *Lesson Study*.

Salienta-se, ainda, a ausência do estudo pelos professores de teorias vinculadas aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática e o trabalho com o conhecimento matemático para o ensino em articulação com a *Lesson Study*. Esse dado pode estar atrelado ao fato do *Lesson Study* possuir forte vínculo com a prática docente do professor, sendo, portanto, ainda um campo pouco explorado nas pesquisas sobre a temática.

Por fim, o *Lesson Study* possibilita estudar as práticas de formação de professores de Matemática e os possíveis impactos na aprendizagem matemática de estudantes no Brasil. Nesse sentido, espera-se que esse campo de estudo se aprofunde ainda mais, considerando o contexto brasileiro, como vista à superação das dificuldades e dos desafios encontrados na sua ampla implementação.

## REFERÊNCIAS

- ARAUJO, W. R. d. **Conhecimento especializado do professor de Matemática sobre função no contexto de uma experiência prévia de Lesson Study.** Mestrado — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 2018.
- BALL, D. L. With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. **Elementary School Journal**, v. 93, n. 4, p. 373–397, 1993.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.
- BATISTA, C. C. **O Estudo de aula na formação de professores de matemática para ensinar com tecnologia: a percepção dos professores sobre a produção de conhecimento dos alunos.** Mestrado — Universidade Estadual Paulista Júlio De Mesquita Filho, Rio Claro, 2017.
- BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da Lesson Study.** Doutorado — Universidade Estadual Paulista Júlio De Mesquita Filho, Presidente Prudente, 2017.
- BRINER, R. B.; DENYER, D. **Systematic review and evidence synthesis as a practice and scholarship tool.** New York: Oxford University Press, 2012. 328-374 p.
- BRINER, R. B.; DENYER, D. Systematic review and evidence synthesis as a practice and scholarship tool. In: ROUSSEAU, D. M. (Ed.). **Handbook of Evidence-Based Management: Companies, Classrooms, and Research.** New York: Oxford University Press, 2012. p. 328–374.
- CARDOSO, M. B.; BARRETO, M. C. Desafios e dificuldades revelados na implementação de um ciclo de lesson study no contexto brasileiro. **Boletim GEPEM**, n. 82, p. 24–43, 2023.
- CARDOSO, M. B.; FIALHO, L. M. F.; BARRETO, M. C. Lesson study nas teses e dissertações brasileiras na Área de educação matemática a partir de uma revisão sistemática de literatura. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 86–107, 2023.
- CARRILLO, J. et al. Determining specialised knowledge for mathematics teaching. **Proceedings of the CERME**, University of Huelva, Spain, p. 2985–2994, 2013.
- JITA, L. C.; IGE, O. A. South african teachers' mathematical knowledge: Reflections from short learning intervention programme (slip). **Problems of Education in the 21st Century**, v. 77, n. 6, p. 705, 2019.
- LEWIS, C. C.; PERRY, R. R.; HURD, J. Improving mathematics instruction through lesson study: A theoretical model and north american case. **Journal Of Mathematics Teacher Education**, v. 12, n. 4, p. 285–304, 2009.
- MARTINS, P. B. **Potencialidades dos estudos de aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular.** Doutorado em Ensino de Ciências — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020.
- MERICHELLI, M. A. J. **Desenvolvimento profissional e implementação de material curricular: contribuições e desafios a serem enfrentados a partir da metodologia estudo de aula.** Doutorado em Ensino de Ciências — Universidade Cruzeiro Do Sul, São Paulo, 2018.
- MIZUKAMI, M. d. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de l. s. shulman. **Revista Educação**, v. 29, n. 2, p. 1–11, 2004.

RICHIT, A. J. P. Aprendizagens profissionais de professores evidenciadas em pesquisas sobre estudos de aula. **Bolema**, v. 35, n. 70, p. 1107–1137, 2021.

RODRIGUES, S. R. **Conhecimento Matemático para o ensino mobilizado por uma professora no contexto do estudo de aula**. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática — Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, Londrina, 2021.

SHUILLEABHAIN, A. N.; OTHERS. Developing mathematics teachers' pedagogical content knowledge through iterative cycles of lesson study. **Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)**, p. 2734–2740, 2015. University College Dublin, Dublin, Ireland.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec**, v. 4, n. 2, p. 196–229, dez 2014.

STIGLER, J.; HIEBERT, J. **The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom**. New York, NY: The Free Press, 1999.

UTIMURA, G. Z. **Conhecimento profissional de professoras de 4º ano centrado no ensino dos números racionais positivos no âmbito do estudo de aula**. Doutorado em Ensino de Ciências — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019.

YENMEZ, A. A. *et al.* Evolution of mathematics teachers' pedagogical knowledge when they are teaching through modeling. **International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology**, v. 5, n. 4, p. 317–332, 2017.